

**CONFIGURACIÓN DE ALGORITMOS GENÉTICOS PARA LA SELECCIÓN DE  
PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN EN EL MERCADO DE CAPITALES COLOMBIANO**

**LAURA MILENA ERASO SABOGAL  
NATHALIA SUAREZ SELEMIN**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE INGENIERÍA INDUSTRIAL  
RISARALDA**

**2018**

**CONFIGURACIÓN DE ALGORITMOS GENÉTICOS PARA LA SELECCIÓN DE  
PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN EN EL MERCADO DE CAPITALES COLOMBIANO**

**LAURA MILENA ERASO SABOGAL**

**NATHALIA SUAREZ SELEMIN**

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE:  
INGENIERO INDUSTRIAL**

**DIRECTOR Y COAUTOR**

**JUAN SEBASTIÁN ARIAS HERNÁNDEZ**

**INGENIERO INDUSTRIAL**

**CODIRECTORA Y COAUTORA**

**ADRIANA MARÍA SANTA ALVARADO**

**INGENIERA INDUSTRIAL**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**RISARALDA**

**2018**

NOTA DE ACEPTACIÓN:

---

---

---

---

---

JUAN SEBASTIÁN ARIAS HERNÁNDEZ

Director

---

ADRIANA MARÍA SANTA ALVARADO

Codirectora

PEREIRA, JUNIO DE 2018

## **DEDICATORIA**

A mis padres, porque a través de sus enseñanzas, ejemplo e infinito amor sentaron las bases que me han permitido el crecimiento académico y personal que me convierten en quien hoy soy. Porque gracias a su incondicional apoyo todo este trabajo ha sido posible.

Laura Milena Eraso Sabogal

A mi familia - el pilar de mi vida - por inculcarme el valor de soñar, perseverar y aprender; Gracias por su consejo oportuno, apoyo y amor incondicional en cada decisión y proyecto que he emprendido.

A mi novio, por creer en mí y ser parte importante en el logro de mis metas.

Nathalia Suarez Selemin

## **AGRADECIMIENTOS**

De manera muy especial queremos agradecer al Laboratorio Financiero de la Universidad Tecnológica de Pereira, por ser el espacio que nos brindó tanto las herramientas y los conocimientos necesarios para desarrollar el presente trabajo como experiencias significativas para nuestro crecimiento académico, profesional y personal.

Agradecemos a los ingenieros Juan Sebastián Arias y Adriana María Santa por compartir su experiencia y conocimiento, por brindarnos su tiempo, confianza, dedicación y compromiso, sin los cuales este trabajo de investigación no habría sido posible.

**¡Muchas gracias!**

## TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO I: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN .....	1
INTRODUCCIÓN .....	1
ANTECEDENTES DE LA IDEA .....	2
SITUACIÓN PROBLEMA .....	3
DEFINICIÓN DEL PROBLEMA .....	3
HIPÓTESIS O SUPUESTOS .....	4
OBJETIVOS .....	4
Objetivo general.....	4
Objetivos específicos .....	4
JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO .....	4
BENEFICIOS QUE CONLLEVA.....	5
LIMITACIONES PREVISIBLES .....	6
CAPÍTULO II: MARCO REFERENCIAL .....	7
MARCO TEÓRICO.....	7
Modelo de Harry Markowitz. ....	7
Teorema de la separación.....	10
Modelo CAPM.....	11
Métodos Heurísticos .....	13
Métodos Metaheurísticos .....	13
Algoritmos Genéticos .....	14
Estructura de un Algoritmo Genético .....	15
MARCO CONCEPTUAL .....	27
Sistema Financiero.....	27
Mercado de capitales.....	28
Mercado de renta fija .....	28
Mercado de renta variable.....	29
Mercado de derivados. ....	30
Reglamento de inversión.....	31
Riesgo .....	31

Riesgo Financiero .....	31
Portafolio de inversión .....	33
Principio de diversificación .....	33
Modelo .....	33
Optimización .....	33
MARCO LEGAL Y NORMATIVO .....	34
Regulación y supervisión del mercado de valores .....	34
MARCO SITUACIONAL .....	36
CAPITULO III: DISEÑO METODOLÓGICO .....	38
UNIVERSO O POBLACIÓN .....	38
MUESTRA .....	38
DELIMITACIÓN DEL ESTUDIO .....	38
VARIABLES E INDICADORES .....	39
RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN .....	41
PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE INFORMACIÓN .....	41
CAPÍTULO IV: REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE .....	46
CAPÍTULO V: MODELO DE OPTIMIZACIÓN .....	54
CODIFICACIÓN .....	58
CAPÍTULO VI: SET INICIAL DE DATOS .....	59
CAPÍTULO VII: IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO GENETICO .....	61
CAPÍTULO VIII: EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS .....	71
ANÁLISIS DESCRIPTIVO .....	71
PRUEBA DE HIPÓTESIS .....	80
CAPÍTULO IX: ELABORACIÓN DE ARTICULO DE INVESTIGACIÓN .....	82
CONCLUSIONES .....	83
TRABAJO FUTURO .....	85
GLOSARIO .....	86
BIBLIOGRAFÍA .....	88

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Penalización de la función objetivo

Tabla 2. Ejemplo del funcionamiento del operador de selección por ruleta

Tabla 3. Marco Legal del mercado de valores de Colombia.

Tabla 4. Variables e indicadores

Tabla 5. Definición de variables

Tabla 6. Parámetros del modelo de optimización

Tabla 7. Parámetros del algoritmo genético

Tabla 8. Configuraciones para el algoritmo genético simple

Tabla 9. Configuraciones para el algoritmo modificado de Chu-beasley

Tabla 10. Grupo de las mejores configuraciones por variable

Tabla 11. Resultados prueba de hipótesis para cada variable



## LISTA DE FIGURAS

- Figura 1. Frontera Eficiente
- Figura 2. Riesgo único y riesgo de mercado
- Figura 3. Línea del mercado de valores
- Figura 4. Codificación de un cromosoma
- Figura 5. Algoritmo genético básico
- Figura 6. Población inicial
- Figura 7. Selección por torneo versión 1
- Figura 8. Selección por torneo versión 2
- Figura 9. Selección por ruleta
- Figura 10. Selección por rango
- Figura 11. Cruzamiento en un punto
- Figura 12. Cruzamiento multi-punto
- Figura 13. Descripción mascara de cruce
- Figura 14. Cruzamiento uniforme
- Figura 15. Cruzamiento aritmético completo
- Figura 16. Mutación en un punto
- Figura 17. Mutación multi-punto
- Figura 18. Mutación real
- Figura 19. Sistema financiero de Colombia
- Figura 20. Regulación y supervisión del mercado de valores
- Figura 21. Codificación de las variables de decisión
- Figura 22. Cruzamiento en un punto para codificación mixta
- Figura 23. Cruzamiento uniforme para codificación mixta
- Figura 24. Cruzamiento aritmético completo para codificación mixta
- Figura 25. Mutación en un punto para codificación mixta
- Figura 26. Mutación real para codificación mixta
- Figura 27. Gráficos de dispersión para las variables de estudio
- Figura 28. Resultados promedio de la variable riesgo
- Figura 29. Resultados promedio de la variable rendimiento.

Figura 30. Resultados promedio de la variable función objetivo.

Figura 31. Resultados promedio de la variable tiempo computacional.

Figura 32. Porcentaje de incumplimiento de la restricción de renta fija.

Figura 33. Porcentaje de incumplimiento de la restricción de renta variable

Figura 34. Porcentaje de incumplimiento de la restricción de liquidez.

Figura 35. Porcentaje de incumplimiento de la restricción de derivados

Figura 36. Porcentaje de incumplimiento de la restricción asociada al tamaño del portafolio

Figura 37. Operadores de selección más empleados por las mejores configuraciones

Figura 38. Operadores de cruzamiento más empleados por las mejores configuraciones

Figura 39. Operadores de mutación más empleados por las mejores configuraciones

## LISTA DE ECUACIONES

Ecuación 1. Valor esperado de los rendimientos del portafolio  $E(r_p)$

Ecuación 2. Varianza del portafolio  $V(r_p)$

Ecuación 3. Rendimiento esperado del portafolio global

Ecuación 4. Varianza del portafolio global

Ecuación 5. Valor esperado de los retornos del activo  $i$

Ecuación 6. Probabilidad de selección de cada individuo

Ecuación 7. Probabilidad inversa de selección de cada individuo

Ecuación 8. Probabilidad de selección de cada rango

Ecuación 9. Hijo 1 para el cruzamiento aritmético completo

Ecuación 10. Hijo 2 para el cruzamiento aritmético completo

Ecuación 11. Modelo de optimización

Ecuación 12. Normalización

## CAPÍTULO I: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

### INTRODUCCIÓN

El mercado de capitales es un mercado financiero en el cual se realizan intercambios de valores que permiten a quienes tienen excedentes de liquidez realizar inversiones aumentando sus capitales; y a quienes necesitan recursos para iniciar o fortalecer un determinado proyecto, contar con un medio de financiamiento para estos.

En principio, los inversionistas centraban sus esfuerzos en obtener altas utilidades sin tener en cuenta el nivel de riesgo asociado a sus inversiones. No obstante, gracias a las experiencias obtenidas a partir de eventos como el famoso martes negro que desencadenó la llamada crisis del 29, las quiebras de grandes organizaciones y las caídas en las bolsas más importantes del mundo, comenzó a surgir la necesidad de considerar también los posibles escenarios de pérdidas. Por lo anterior, se manifiesta el interés de la academia, el sector financiero, público y real de conformar portafolios de inversión que maximicen la rentabilidad de acuerdo a las condiciones y características de riesgo específicas del inversionista.

Las primeras teorías financieras relacionadas con el problema de selección de activos tienen sus orígenes en el año de 1930 con la teoría de inversiones del economista estadounidense Irving Fisher. Los aportes realizados por John Keynes, John Hicks, Nicholas Kaldor y Jacob Marschak con el desarrollo de sus teorías del dinero, durante los años 30, empezaron a gestar las bases de la teoría de selección de cartera. Sin embargo, fue Harry Markowitz quien originó la teoría moderna del portafolio (MPT) con su artículo *Portfolio Selection* publicado en el *Journal of Finance* en 1952. Ésta teoría busca encontrar un portafolio eficiente, a través de la diversificación, que permita maximizar las utilidades en proporción al riesgo asumido. (Flórez Ríos, 2008).

La construcción de estos portafolios en la actualidad es un problema combinatorial (debido a la gran cantidad de activos disponibles en el mercado) para el cual existen diversas técnicas aproximadas que permiten hallar soluciones incumbentes. De ésta manera, los algoritmos

genéticos son un tipo de metaheurística que busca encontrar soluciones de alta calidad basados en la mecánica de la selección natural y en la genética en los seres vivos. Aunque su aplicación en el tema de selección de portafolios no es muy común en Colombia, sus características y su mecanismo de operación evita la conformación de portafolios de inversión que converjan a óptimos locales, buscando siempre mejorar la composición y distribución del portafolio.

### **ANTECEDENTES DE LA IDEA**

En el año 1961 nace, en la capital de Risaralda, la Universidad Tecnológica de Pereira (UTP) creada por el doctor en Derecho y Ciencias Políticas Jorge Roa Martínez. La Facultad de Ingeniería Industrial inicia sus funciones en 1962 como una de las 3 primeras facultades de esta universidad. En el primer semestre del año 2016, la Universidad Tecnológica de Pereira ofreció los programas de pregrado a 16816 estudiantes y programas de postgrado a 1895 estudiantes, en las 9 facultades que la conforman. (Datos extraídos de las estadísticas de la oficina de planeación de la UTP)

El Laboratorio Financiero de la Universidad Tecnológica de Pereira, nace de una iniciativa conjunta entre la Facultad de Ingeniería Industrial y la Vicerrectoría Administrativa el 18 de marzo del 2015. Mediante los convenios marco y específico con la Bolsa de Valores de Colombia, el Laboratorio Financiero es también punto de bolsa. Estos puntos, son una estrategia de la BVC para llegar a regiones alejadas de sus oficinas de operación, a través de Universidades y Cámaras de comercio se difunden conocimientos sobre el mercado financiero.

De esta manera, el Laboratorio Financiero es un espacio para observar, analizar y estudiar los fenómenos que influyen en el contexto económico y financiero, que mediante sus dos (2) líneas de investigación: educación financiera y métodos cuantitativos para la conformación de portafolios y gestión de riesgos financieros; permite a todos los estudiantes de la Universidad reforzar e incrementar los conocimientos en estos temas. Además de la investigación, el Laboratorio también trabaja en extensión y docencia.

De la interacción entre las líneas de investigación y monitorias realizadas en el Laboratorio Financiero, se decidió realizar el presente trabajo como trabajo de grado con el objetivo de explorar la configuración a través de metaheurísticas para problemas combinatoriales robustos aplicados a las finanzas y el riesgo.

## **SITUACIÓN PROBLEMA**

El análisis técnico y fundamental son las técnicas tradicionales para seleccionar portafolios de inversión, sin embargo, éstas sólo permiten a los inversionistas tener una idea sobre que activos (de todos los disponibles en el mercado) incluir en el portafolio y no su porcentaje de participación en el mismo. Por otra parte, existen técnicas cuantitativas que si permiten encontrar la proporción óptima de inversión pero que requieren de una selección previa de los activos que conforman el portafolio, pues si se incluyeran todos los disponibles en el mercado el tiempo de solución resultaría poco eficiente.

En este sentido, se propone el uso de algoritmos genéticos para la conformación de un portafolio que tenga en cuenta, tanto la decisión de incluir un activo como su proporción de inversión asignada. Estos algoritmos son un tipo de metaheurística que permite resolver problemas combinatoriales como el de la selección de portafolios de inversión, arrojando gran cantidad de soluciones posibles que buscan disminuir los niveles de riesgo y aumentar la rentabilidad. No obstante, los algoritmos genéticos poseen varios pasos que pueden configurarse de diferentes maneras (es decir, parámetros y procedimientos generales que pueden modificarse), por lo que surge la necesidad de determinar la configuración de los algoritmos genéticos que permita encontrar el mejor resultado para el problema de estudio.

## **DEFINICIÓN DEL PROBLEMA**

¿Cuál es la mejor configuración de los algoritmos genéticos a evaluar, para la selección de un portafolio de inversión conservador diversificado en el mercado de capitales colombiano?

## **HIPÓTESIS O SUPUESTOS**

La configuración del algoritmo genético influye en la calidad y eficiencia computacional de los resultados obtenidos.

## **OBJETIVOS**

### **Objetivo general**

Evaluar la configuración de algoritmos genéticos para la selección de un portafolio de inversión diversificado de acuerdo con un perfil de riesgo conservador, en el mercado de capitales colombiano.

### **Objetivos específicos**

- Realizar una revisión del estado del arte sobre la conformación de portafolios a través de diferentes configuraciones de algoritmos genéticos.
- Proponer diferentes tipos de configuración y validarlas con respecto a su función objetivo y factibilidad.
- Implementar el algoritmo genético seleccionado para analizar cómo actúa la configuración sobre este código.
- Evaluar el desempeño de las configuraciones implementadas.
- Realizar un artículo de investigación a partir de los resultados de este proyecto.

## **JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO**

En la selección de portafolios de inversión, cobra importancia tomar dos decisiones (respetando las restricciones que se tengan para el ejercicio): ¿Qué instrumentos elegir y en qué proporción?, teniendo en cuenta que la Bolsa de Valores de Colombia cuenta con más de 1000 instrumentos y que las posibles combinaciones de instrumentos y ponderaciones que de allí resulten, hacen que

el espacio de soluciones crezca, se considera la selección de portafolios como un problema combinatorial. En consecuencia, la búsqueda de una solución para este tipo de problema resultaría poco eficiente, dada la complejidad computacional expresada en la utilización de recursos como tiempo y memoria, se hace necesario acudir al uso de técnicas aproximadas como las metaheurísticas que aunque no garanticen obtener la solución óptima para el problema, permiten encontrar buenas soluciones en tiempos computacionales aceptables, siendo desarrolladas usualmente a través de un lenguaje de programación.

Por lo anterior, se implementan los algoritmos genéticos como un tipo de metaheurística que utiliza una búsqueda inteligente guiada para escapar de óptimos locales, encontrando soluciones aceptables a problemas combinatoriales complejos con un método de operación simple y aplicable a diversas áreas. Ésta técnica arroja resultados que permiten cumplir con las características de diversificación de un portafolio conservador, sin embargo, estas soluciones dependen de los operadores y parámetros empleados por el algoritmo, por lo que resulta necesario determinar la configuración que mejor se adapte al contexto y estructura del mercado de valores colombiano. Adicionalmente, la implementación de esta técnica explora alternativas para la conformación de portafolios, proponiendo el uso de herramientas cuantitativas no tradicionales que aportan al desarrollo del conocimiento en el sector económico y financiero del país.

### **BENEFICIOS QUE CONLLEVA**

Evaluar la pertinencia de la configuración de los algoritmos genéticos para la selección de activos de inversión en un portafolio conservador diversificado en el mercado de capitales colombiano, proporcionará al Laboratorio Financiero de la Facultad de Ingeniería Industrial una herramienta para apoyar, en el marco de sus actividades de extensión, la toma de decisiones financieras de empresas y personas naturales que demanden este servicio, permitiendo al inversionista minimizar su exposición al riesgo y potenciar sus utilidades. Por otro lado, el presente trabajo permitirá a futuros investigadores tener un punto de referencia para desarrollar estudios en temas afines al abordado en este proyecto.



### **LIMITACIONES PREVISIBLES**

- Ausencia de información sobre las configuraciones de algoritmos genéticos especialmente enfocadas al problema de selección de activos de un portafolio de inversión.
- Dificultad en la adaptación de los algoritmos genéticos en el problema de aplicación que se estudia en el presente trabajo.
- Ausencia de datos históricos dado el bajo dinamismo y liquidez del mercado de valores colombiano.
- Dificultad en el tratamiento de los datos históricos.
- Dificultad en el lenguaje de los documentos de referencia encontrados, debido a la alta complejidad del tema de estudio.
- El desarrollo de la investigación involucra conocimientos especializados en programación.

## CAPÍTULO II: MARCO REFERENCIAL

### MARCO TEÓRICO

Las inversiones son vistas principalmente como un medio a través del cual las personas o empresas emplean sus excedentes de liquidez para aumentar su capital, por lo cual, los rendimientos obtenidos sobre estas podrían pensarse como el objetivo fundamental y el primer factor a tener en cuenta en el momento de seleccionar un portafolio. No obstante, debido a la incertidumbre respecto al valor futuro de los activos, la palabra riesgo debe reconocerse como un término inherente a la inversión, y más específicamente, al proceso de selección de un portafolio.

Para seleccionar activos de inversión, es común el uso del análisis técnico, fundamental y estadístico, los cuales permiten evaluar los activos y estimar tendencias o comportamientos futuros de los mismos. No obstante, gran parte del problema de conformación de portafolios radica en la distribución o proporción de participación que se le dará a cada activo dentro de la cartera de inversión. De esta manera, Harry Markowitz propuso un modelo que busca responder a este escenario.

#### **Modelo de Harry Markowitz.**

Harry Markowitz fue un economista estadounidense pionero de la Teoría Moderna del Portafolio (MPT), con la publicación de su artículo “*Portfolio Selection*” en el año de 1952 en el Journal Of Finance. Allí, propone un modelo para la construcción de carteras de inversión que busca conformar un portafolio bajo el supuesto de que todo inversionista realiza una inversión con el objetivo de maximizar el rendimiento sujeto a un nivel de riesgo determinado, o de minimizar el riesgo con un nivel de rentabilidad mínima establecida. Su aporte permitió, además, transformar el modo de visualizar las inversiones desde un punto de vista individual, donde exclusivamente se observa el rendimiento propio de un activo para su selección, a un enfoque colectivo, donde se observa el portafolio como un todo.

Por ello, para la conformación de una cartera de inversión, la teoría hace uso exclusivo del valor esperado de los rendimientos del portafolio  $E(r_p)$  y su varianza  $V(r_p)$ , dados por (Markowitz, 1952) como se muestra a continuación:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n \mu_i x_i \quad (1)$$

$$V(r_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \quad (2)$$

Donde:

$\mu_i$  = Valor esperado de los retornos del activo  $i$

$x_i$  = Ponderación del activo  $i$  en el portafolio

$x_j$  = Ponderación del activo  $j$  en el portafolio

$\sigma_{ij}$  = Covarianza entre los rendimientos del activo  $i$  y  $j$

La ponderación hace referencia al porcentaje del capital disponible para la inversión, que se asignará a un activo determinado. De esta manera, las restricciones  $\sum_{i=1}^n x_i = 1$  y  $x_i \geq 0$  son usadas por Markowitz para garantizar la total distribución del dinero y para asegurar que no se establezca un porcentaje negativo de inversión en un activo.

En este sentido, una combinación específica de instrumentos puede tener múltiples retornos esperados y varianzas, dependiendo de la ponderación de cada uno de ellos en dicho portafolio. No obstante, para un nivel de rentabilidad dado a la cartera existe una ponderación que minimiza el riesgo, de igual modo, para un nivel de riesgo establecido existe una ponderación que maximiza el rendimiento, según sea el caso, el conjunto de portafolios que satisfacen la condición son conocidos como *CARTERAS EFICIENTES*.

Al graficar en un plano las posibles carteras eficientes de un portafolio con un número dado de activos, ubicando en el eje X el riesgo expresado como la raíz cuadrada de la varianza (desviación estándar) y, en el eje Y el rendimiento esperado del portafolio, se puede obtener la superficie que representa el conjunto de posibles portafolios y a su vez la curva que delimita dicha área, es decir, la línea continua que une las carteras eficientes, esta curva es llamada

*FRONTERA EFICIENTE.* Como se ilustra en la figura 1, la línea ab representa la frontera eficiente y la superficie delimitada en la parte inferior de la curva representa el conjunto no eficiente de portafolios posibles.

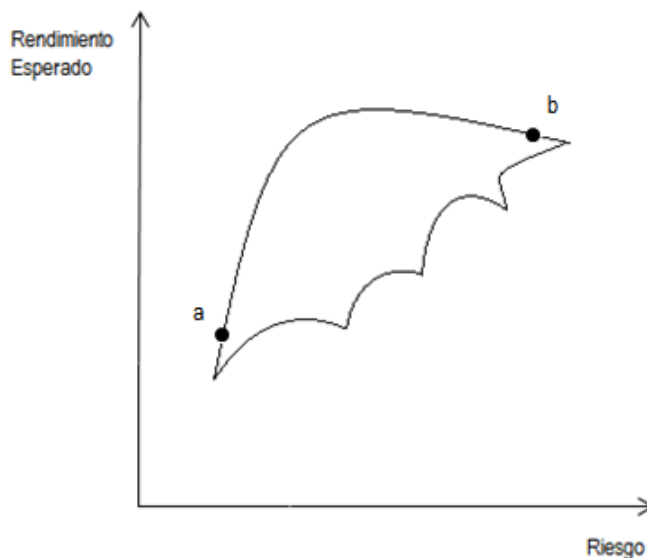


Figura 1. Frontera Eficiente. Fuente: Portfolio Selection (Markowitz, 1952). Elaboración propia.

En la búsqueda de la minimización del riesgo, la teoría de Markowitz establece la conformación de portafolios diversificados, dicha diversificación se logra incrementando el número de activos dentro del portafolio, puesto que, a mayor número de instrumentos las pérdidas de un activo tendrán menos peso en el resultado final del rendimiento del portafolio. Además de distribuir el capital entre muchos activos, la diversificación se logra cuando existe una covarianza baja o negativa entre estos, puesto que de esta manera se puede esperar que los malos rendimientos de un activo se vean compensados por los resultados exitosos de otros; esta covarianza se logra invirtiendo en activos de diferente naturaleza, en sectores económicos, monedas, plazos y economías diferentes.

A pesar de diversificar un portafolio, la variación de este no puede eliminarse completamente debido a que existen diversas fuentes de incertidumbre. Según Brealey, Allen y Myers (2010), el riesgo que puede eliminarse a través de la diversificación es llamado riesgo único, específico, no sistemático o diversificable y hace referencia a que muchos peligros o riesgos que enfrenta una empresa son propiamente suyos o de su competencia más cercana. El riesgo que no puede

evitarse diversificando el portafolio es llamado riesgo de mercado, sistemático o no diversificable y está relacionado con los peligros que amenazan a todas las empresas dado a la incertidumbre de los mercados. En la figura 2 se muestra el comportamiento de estos riesgos al diversificar un portafolio.

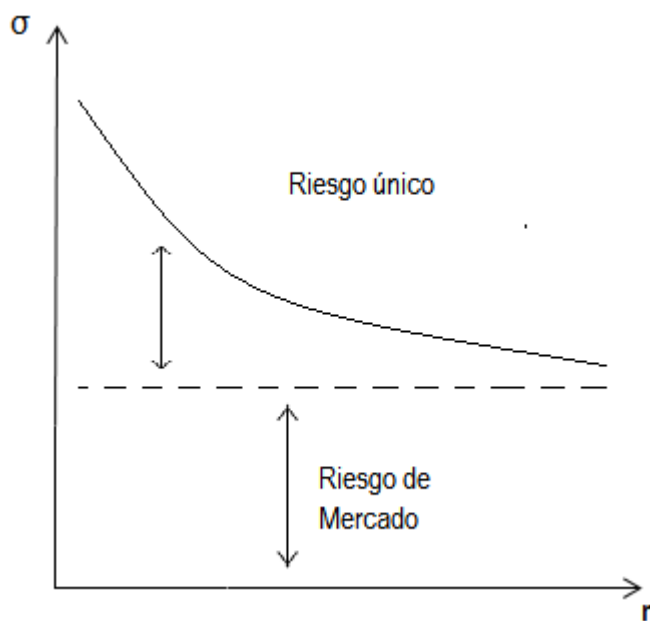


Figura 2. Riesgo único y riesgo de mercado. Fuente: Principios de inversiones (Bodie, Kane, & Marcus, 2016, p.126). Elaboración propia.

### Teorema de la separación

Para tratar de minimizar el riesgo de un portafolio, en 1958 el economista americano James Tobin realizó un aporte a la teoría de Markowitz. Su teorema sostiene que no necesariamente todos los componentes de un portafolio deben tener riesgo, si no, que puede incluirse en la cartera la participación de un activo libre de riesgo, para el cual es comúnmente usado los títulos del tesoro americano o TES en el caso Colombiano. De esta manera, los inversionistas pueden invertir una parte del dinero en estos bonos y la otra parte en un portafolio compuesto con activos riesgosos, y así es posible hallar el portafolio eficiente al determinar la ponderación a asignar, en el título libre de riesgo y en el portafolio riesgoso, que maximiza la rentabilidad con

un mínimo de riesgo. De esta manera, según el teorema de separación de Tobin, el rendimiento y el riesgo de un portafolio están dados por (Medina, 2003):

$$\bar{r}_p = \phi \bar{r}_w + (1 - \phi) \bar{r}_F \quad (3)$$

$$v(\bar{r}_p) = \phi^2 \sigma_w^2 + (1 - \phi)^2 \sigma_F^2 + 2\phi(1 - \phi) \sigma_{w,F} = \phi^2 \sigma_w^2 \quad (4)$$

Donde:

$\bar{r}_p$  = Rendimiento esperado del portafolio global

$v(\bar{r}_p)$  = Varianza del portafolio global

$\phi$  = Proporción de inversión en el grupo de activos riesgosos w

$\bar{r}_w$  = Rendimiento esperado del grupo de activos riesgosos w

$\bar{r}_F$  = Rendimiento esperado del activo libre de riesgo F

$\sigma_w^2$  = Varianza del grupo de activos riesgosos w

$\sigma_F^2$  = Varianza del activo libre de riesgo F

$\sigma_{w,F}$  = Covarianza entre el activo libre de riesgo F y el grupo de activos riesgosos w

Como se puede observar, el riesgo total del portafolio global depende exclusivamente de la varianza en los rendimientos del grupo de activos riesgosos, puesto que se considera que la varianza en los rendimientos del activo libre de riesgo es igual a cero.

Este teorema dio las bases para otro gran aporte realizado a la teoría financiera unos años después, por parte del economista americano William Sharpe.

## Modelo CAPM

El modelo de valoración de activos de capital (CAPM) se le atribuye a William Sharpe en 1964, sin embargo Reynor, Lintner, Mossin y Fama también se les conoce por realizar importantes contribuciones a este modelo. El CAPM, “establece que el rendimiento de un activo o portafolio

es igual a la tasa libre de riesgo, más un premio por el riesgo que tiene ese instrumento o portafolio medido por el coeficiente beta” (De Lara Haro, 2007, p.35).

Este coeficiente beta utilizado como medida de riesgo del activo o del portafolio, se halla en función de la varianza de los rendimientos del mercado y su covarianza con los rendimientos del activo. De esta manera, el modelo CAPM define el retorno esperado así (Alonso & Berggrun, 2008):

$$E(R_i) = R_f + \beta[E(R_m) - R_f] \quad (5)$$

Donde

$E(R_i)$  = valor esperado de los retornos del activo i

$R_f$  = tasa de rendimiento del activo libre de riesgo

$R_m$  = rendimiento del mercado

$\beta$  = medida de riesgo del activo y se calcula así:  $\beta = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2}$

$\sigma_{im}$  = covarianza entre los rendimientos del mercado y el activo.

$\sigma_m^2$  = varianza de los rendimientos del mercado.

En la figura 3, se ilustra la llamada línea del mercado de valores, la cual demuestra la relación lineal entre los retornos y el riesgo de un activo que propone el modelo CAPM.

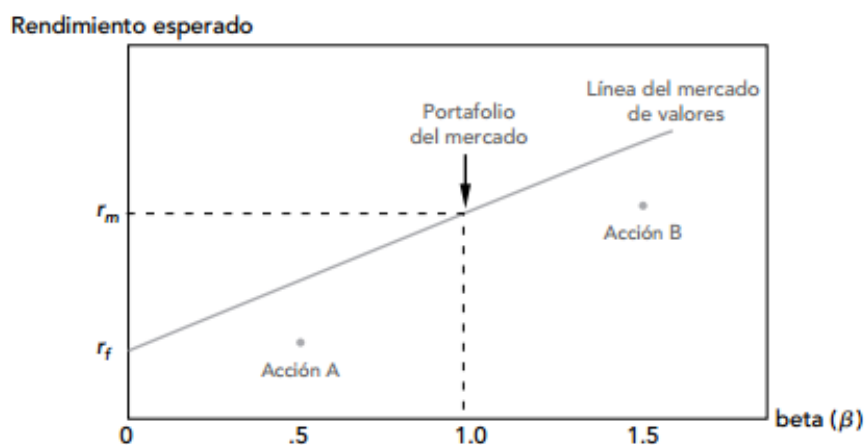


Figura 3. Línea del mercado de valores. Fuente: Principios de finanzas corporativas (Allen, Myers, & Brealey, 2010, p.217).

## **Métodos Heurísticos**

Según la Real Academia Española (2012) las heurísticas son una técnica de la indagación y del descubrimiento; o la manera en la que se busca la solución de un problema mediante métodos no rigurosos o reglas empíricas. Las heurísticas se entienden también como la forma de resolver problemas de alta complejidad matemática de manera iterativa y haciendo uso de la información disponible hasta llegar a una solución incumbente, es decir, la mejor encontrada al momento de finalizar las iteraciones, puesto que las heurísticas no garantizan una solución óptima.

No obstante, las heurísticas no poseen estructuras generales de solución por lo que se requiere implementar una propia para abordar cada tipo de problema. Ésta limitación posibilitó el desarrollo de las metaheurísticas, un nuevo método que tiene la flexibilidad de responder a las particularidades de diversos problemas.

## **Métodos Metaheurísticos**

“Las metaheurísticas son una clase de métodos aproximados que están diseñados para atacar problemas de optimización combinatorial difícil, en los que las heurísticas clásicas no son eficaces ni eficientes”. (Osman & Kelly, 1995).

Al igual que las heurísticas, las metaheurísticas son procedimientos iterativos que pueden encontrar buenos resultados al problema de estudio, pero no aseguran hallar la solución óptima. Sin embargo, este método basado en el comportamiento de la naturaleza presenta una mejor capacidad para explorar y explotar adecuadamente el espacio de búsqueda, permitiéndole así escapar con mayor facilidad de óptimos locales y encontrar alternativas de mejor calidad que pueden coincidir con la solución óptima global del modelo.

Por otro lado, “Una metaheurística es un método de solución general que proporciona tanto una estructura general como criterios estratégicos para desarrollar un método heurístico específico que se ajuste a un tipo particular de problema” (Hillier & Lieberman, 2010, p.563). Una de las metaheurísticas más usada es el Algoritmo Genético.



## Algoritmos Genéticos

Finalizando la década de 1960, John Holland intentó aplicar los principios de la evolución natural para la resolución de problemas complejos en el campo del aprendizaje de máquinas, estos estudios y desarrollos se formalizaron en su libro *Adaptación en Sistemas Naturales y Artificiales*, por lo que es considerado el creador de los Algoritmos Genéticos.

De acuerdo con Holland (1992) "Los organismos vivientes son consumados solucionadores de problemas" y según la teoría de la selección natural y la "sobrevivencia del más apto" postulada por Charles Darwin, los Algoritmos Genéticos (en adelante AGs) son un tipo de metaheurística poblacional que hace una analogía al proceso evolutivo de los organismos vivos en la búsqueda de soluciones a problemas de la realidad.

En el contexto de los AGs, cada solución de un problema es equivalente a un individuo de la población, el cual contiene información genética almacenada en cromosomas codificados vectorialmente. Esta codificación, al ser específica, permite discretizar las variables de decisión y responde a los requerimientos del problema a tratar.

Por su parte, el cromosoma está compuesto por un conjunto de genes y estos a su vez, por alelos que representan el valor o caracterización que ha tomado ese gen. A continuación se presenta un esquema con esta relación:

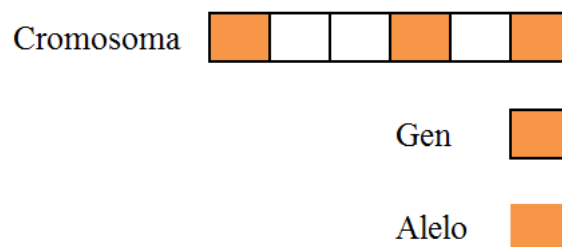


Figura 4. Codificación de un cromosoma. Elaboración propia.

## Estructura de un Algoritmo Genético

Los algoritmos genéticos siguen una estructura de operación que imita el proceso evolutivo de los seres vivos con el objetivo de encontrar buenas soluciones a problemas combinatoriales, de esta manera, se realiza un proceso de intercambio y alteración la información genética de los individuos con el fin de generar nuevas alternativas en las que se mejore, cada vez más, la calidad de los resultados.

El flujo de operación que emplean los AGs es el siguiente:

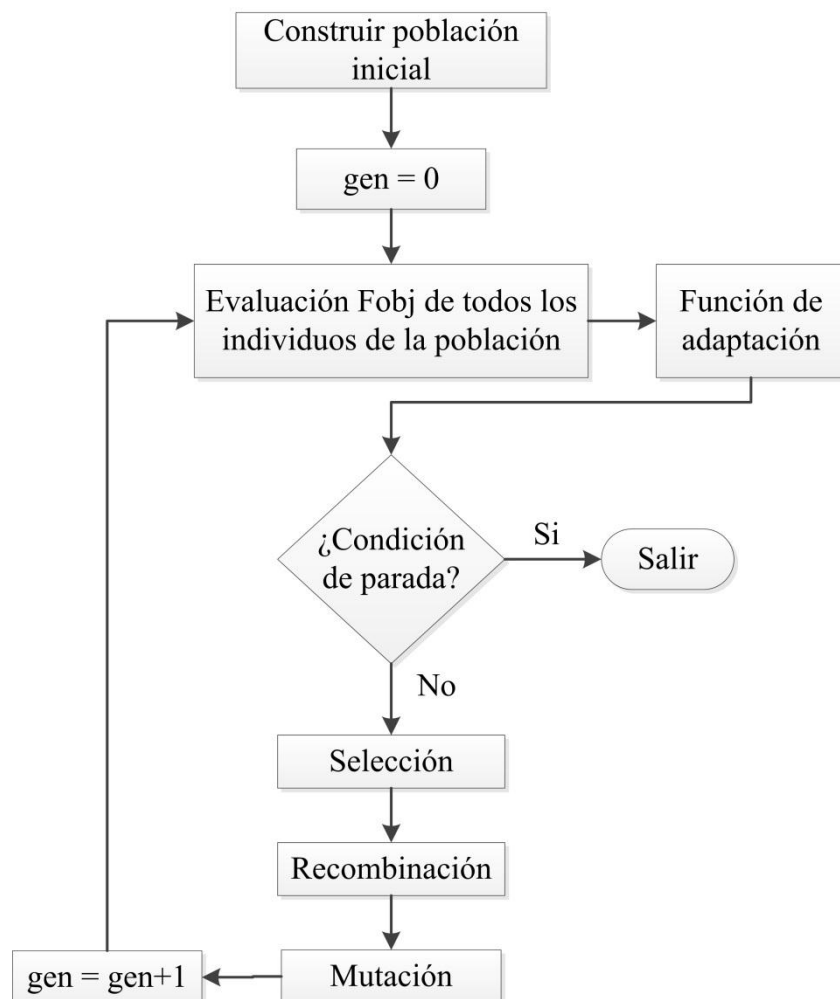


Figura 5. Algoritmo genético básico. Fuente: Algoritmos evolutivos y técnicas bioinspiradas (Granada, 2013, p.103).

## Construcción de la Población Inicial

La población inicial es un conjunto de individuos, creados generalmente de forma aleatoria, que representan algunas de las posibles soluciones al problema de estudio. Esta población se utiliza como punto de partida para el proceso evolutivo de los AGs y su tamaño es determinado por el investigador, siendo éste un parámetro que influye en el desempeño del algoritmo.

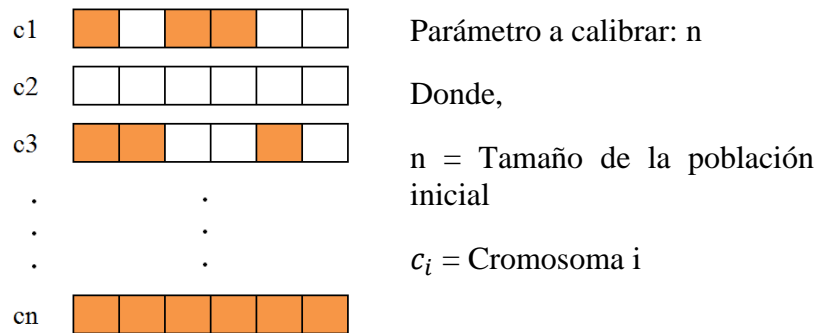


Figura 6. Población inicial. Elaboración propia.

## Función objetivo y de adaptación

De acuerdo con Granada (2013) y con la teoría de la selección natural postulada por Darwin, aquellos individuos que poseen las mejores características deben elegirse para la reproducción, así mismo, los individuos que presenten las características más débiles se deben eliminar de la población. Para cumplir estas condiciones, se acude a una medida de calidad que indica cuál es el individuo que cuenta con los parámetros establecidos, teniendo en cuenta el valor que tome su función objetivo (optimalidad) y el cumplimiento de las restricciones (factibilidad). La forma de cálculo de esta medida recibe el nombre de **función de adaptación**.

Cuando todas las alternativas de solución son factibles, la función objetivo es igual a la función de adaptación. Por otro lado, si el modelo permite soluciones infactibles, una forma de manejar las restricciones es penalizando la función objetivo de acuerdo con el grado de incumplimiento que se presente, así:

Min $f(x)$	Max $f(x)$
F.O + Grado de infactibilidad	F.O – Grado de infactibilidad

Tabla 1. Penalización de la función objetivo. Elaboración propia.

La calidad de la función de adaptación influye de forma directa el desempeño de un algoritmo genético, es por esto que el investigador deberá determinar acertadamente el valor de penalización, teniendo en cuenta que si éste se subestima la búsqueda será muy dispersa y posiblemente permitirá soluciones de baja calidad, por el contrario, si este valor se sobreestima el algoritmo eliminará muchos resultados obteniendo una convergencia prematura.

### Operadores de selección

Este operador determina cuales de los individuos de la población actual serán utilizados para ser padres y crear una nueva generación. El objetivo de este operador es elegir individuos que generen mejores poblaciones, es decir, con mejor función de adaptación; es por esto que los operadores de selección son formulados de tal manera que los mejores individuos tienen una gran probabilidad de ser seleccionados, y los individuos con peor función de adaptación son elegidos con una probabilidad menor, sin embargo pueden llegar a ser seleccionados pues esto permite que haya diversidad en la búsqueda de soluciones evitando que el algoritmo converja prematuramente en óptimos locales.

Los métodos de selección más conocidos son:

**Selección por torneo:** En este operador un individuo es seleccionado como padre si tiene mejor función de adaptación que su o sus contrincantes en el torneo. Existen a su vez dos versiones de la selección por torneo.

- **Selección por torneo versión 1:** Esta versión fue planteada por Goldberg & Deb (1991) quienes establecen que para realizar el torneo se debe asegurar que cada individuo de la población inicial participe en 2 torneos, donde cada torneo se realiza únicamente entre dos

individuos. Así se asegura que los mejores ganen los 2 torneos y tengan una descendencia doble en la nueva población, mientras que el peor individuo desaparecerá de la población al perder ambos torneos. Para explicar mejor el funcionamiento de este operador se ilustra un ejemplo donde la función objetivo busca maximizar el color blanco en el cromosoma.

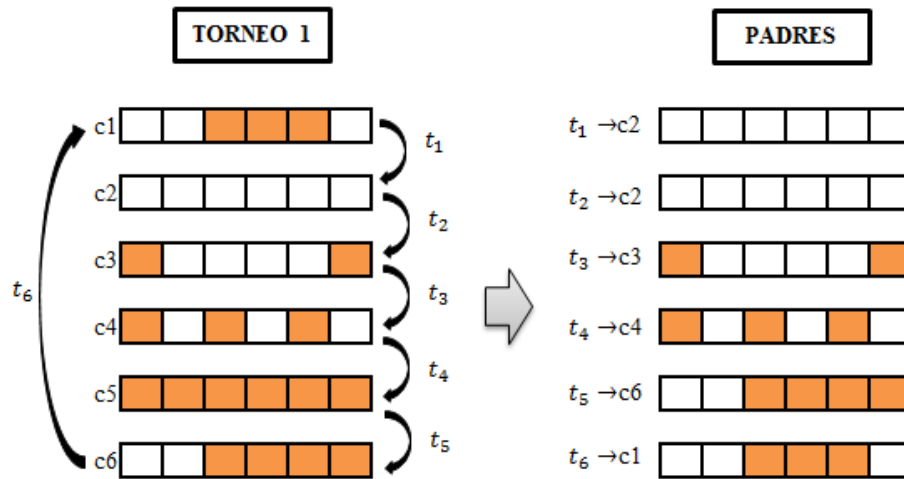


Figura 7. Selección por torneo versión 1. Elaboración propia.

- **Selección por torneo versión 2:** Fue planteado por Dréo & Taillard (2003). En este operador se seleccionan aleatoriamente un número de individuos  $K$  de la población (donde  $k < n$  siendo  $n$  el tamaño de la población), quienes participarán en el torneo. El individuo ganador y quien tendrá la oportunidad de generar descendencia, será aquel con mejor función de adaptación. Este proceso se repite hasta seleccionar el número de padres deseados; para el caso de un AG simple, el número de torneos será igual al tamaño de la población inicial ( $n$ ). El valor de  $k$  es determinado por el investigador y de esta decisión depende que la selección sea más aleatoria, si  $k$  es pequeño o cercano a 1, o que sea más determinística,  $k$  grande o cercano a  $n$ .

Continuando con el ejemplo del operador anterior, ilustramos a continuación el funcionamiento de este operador por torneo versión 2:

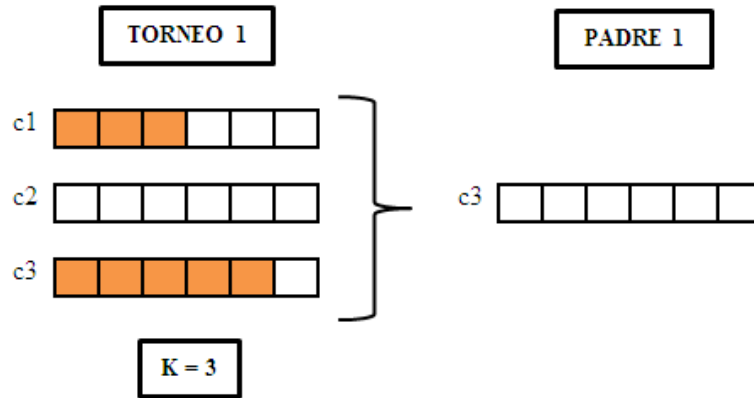


Figura 8. Selección por torneo versión 2. Elaboración propia.

**Selección por ruleta:** Consiste en formar una ruleta con una cantidad de divisiones o secciones iguales al número de individuos de la población ( $n$ ), donde el tamaño de cada sección es proporcional a la función de adaptación de cada individuo, de esta manera, aquellos con mejor función tendrán una probabilidad mayor de ser seleccionados al contar con un área mayor dentro de la ruleta. Para realizar la selección, se acumula la probabilidad de todos los individuos y se genera un número aleatorio uniforme entre 0 y 1, luego se ubica la división que contiene este valor y el individuo asociado a dicha sección será el padre escogido.

La manera de calcular el tamaño de las secciones, es decir, la probabilidad de selección de cada individuo  $\lambda_i$  para un problema de maximización es la siguiente (Granada, 2013):

$$\lambda_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad (6)$$

Donde  $f_i$  es la función de adaptación del individuo  $i$ .

Sin embargo, cuando el problema es de minimización se debe modificar el cálculo de  $\lambda_i$  de tal forma que la mayor probabilidad de selección sea asignada al mejor individuo (aquel con menor función de adaptación), pero manteniendo la proporcionalidad correcta. Para esto, se calcula el inverso de  $\lambda_i$ , así:

$$\lambda_i = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{f_i} \quad (7)$$

En las siguientes tablas se muestra un ejemplo del funcionamiento operador de selección por ruleta, suponiendo que las probabilidades fueron halladas previamente usando las formulas descritas.

Individuo	Probabilidad	Probabilidad Acumulada	Aleatorios	Padres Seleccionados
1	0.24	0.24	0.38	3
2	0.06	0.3	0.77	5
3	0.23	0.53	0.12	1
4	0.12	0.65	0.89	6
5	0.15	0.8	0.56	4
6	0.2	1	0.45	3

Tabla 2. Ejemplo del funcionamiento del operador de selección por ruleta. Elaboración propia.

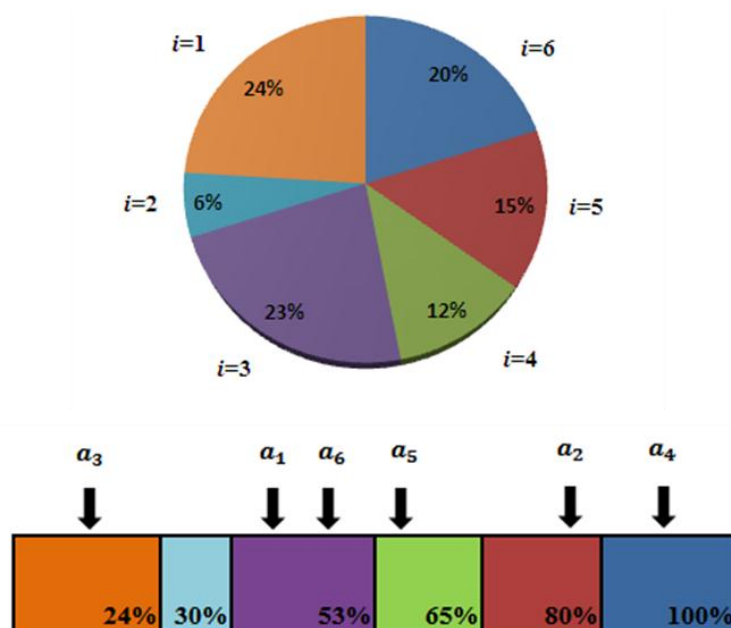


Figura 9. Selección por Ruleta. Fuente: Algoritmos evolutivos y técnicas bioinspiradas (Granada, 2013, p.109). Elaboración propia.

**Selección por rango:** En este método se deben ordenar los individuos según su función de adaptación, siendo el individuo de primer rango aquel con peor función de adaptación, y el ultimo individuo aquel de mayor calidad. Una vez ordenados, se calcula la probabilidad de selección de cada rango usando la siguiente formula:

$$\lambda_i = \frac{r_i}{\sum_{i=1}^n r_i} \quad (8)$$

Donde  $r_i$  es el rango del individuo  $i$ . Posteriormente, se calcula la probabilidad acumulada de los rangos y se repite el mismo procedimiento que con el método de selección por ruleta.

Para mostrar un ejemplo del método de selección por rango se asume nuevamente que la función objetivo es maximizar el color blanco en el cromosoma.

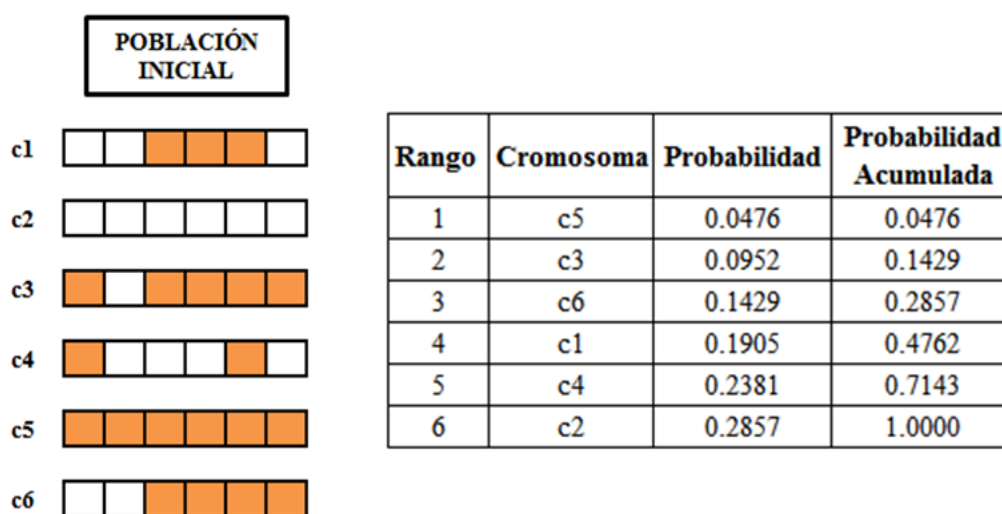


Figura 10. Selección por Rango. Elaboración propia.

### Operadores de variación

Este tipo de operadores actúan sobre el algoritmo genético para generar diversidad en las soluciones, modificando las características de los individuos a fin de originar nuevas alternativas de solución. Los operadores de variación son:



**Operador de recombinación o cruzamiento:** Intercambia o cruza las características genéticas de los padres para generar descendencia. Cuentan con las siguientes propiedades:

1. Dos padres idénticos producen un descendiente idéntico a ellos.
2. Dos individuos similares, en el espacio de búsqueda, generan un descendiente similar a ellos.

Para que el operador de recombinación no sea aplicado a la totalidad de la población o de forma arbitraria, existe un parámetro denominado tasa de cruzamiento ( $0 < t_c < 1$ ) que determina la probabilidad que tiene una pareja de ser seleccionada para la reproducción.

Algunos operadores de cruzamiento conocidos son:

**Cruzamiento en un punto:** Se elige una pareja y se determina para esta, de forma aleatoria, un único punto de corte que se encuentre en el rango  $(1: m-1)$  entendiéndose  $m$  como el número de genes presentes en el cromosoma, en este punto las cadenas se cortan y se intercambian los genes de cada padre; al combinar esta información genética se generan dos hijos. Adicionalmente, por tratarse de un solo punto de corte la solución tiende a conservar las características iniciales del padre y a ser más determinística.

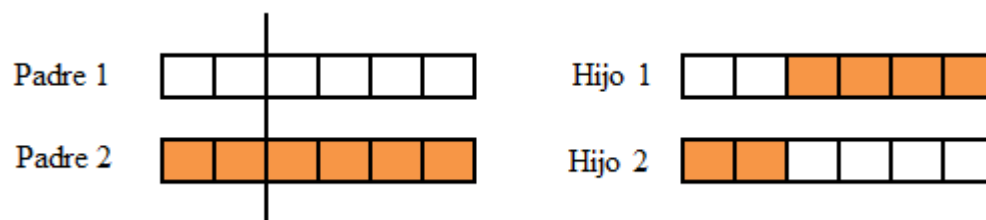


Figura 11. Cruzamiento en un punto. Elaboración propia.

**Cruzamiento multi-punto:** Se seleccionan aleatoriamente 2 o más puntos de corte contenidos en el rango  $(1: m-1)$  y se intercambian alternadamente los genes de los padres. La cantidad de puntos de corte es determinada por el investigador y entre mayor sea esta, se generará más

aleatoriedad en los resultados y se conservarán menos las estructuras genéticas inicialmente importantes del cromosoma.

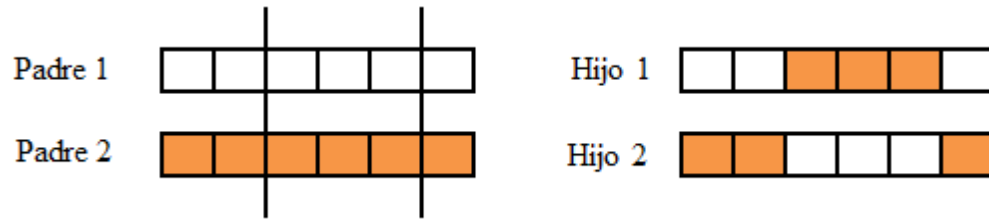


Figura 12. Cruzamiento multi-punto. Elaboración propia.

**Cruzamiento Uniforme:** Se genera aleatoriamente un cromosoma binario llamado máscara de cruce, el cual permite decidir si cada gen será heredado del padre uno o del padre dos, los cuales tienen la misma probabilidad  $p$  de ser elegidos. La interpretación dada a la máscara de cruce, en cada caso, es la siguiente:

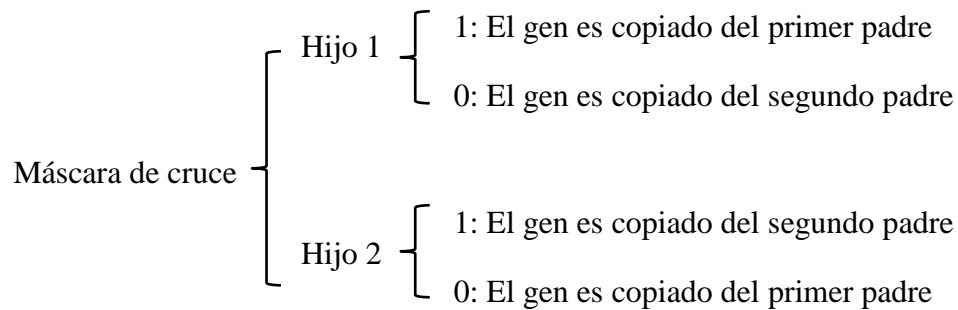


Figura 13. Descripción máscara de cruce. Elaboración propia.

Máscara de cruce:

1	0	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---



Figura 14. Cruzamiento uniforme. Elaboración propia.

**Cruzamiento Aritmético Completo:** Es empleado para la representación real y consiste en generar cada gen de los hijos a través de una operación aritmética que es aplicada a los genes de los padres. La operación aritmética realizada para cada hijo es la siguiente:

$$\text{Hijo 1} = (\alpha * x_i) + (1 - \alpha) * y_i \quad (9)$$

$$\text{Hijo 2} = (1 - \alpha) * x_i + (\alpha * y_i) \quad (10)$$

Donde,

$\alpha$ : Constante aritmética uniforme ( $0 \leq \alpha \leq 1$ )

$x_i$ : Gen  $i$  del padre 1

$y_i$ : Gen  $i$  del padre 2

A continuación se ilustra un ejemplo:

<b>Padre 1</b>	<table><tr><td>0.18</td><td>0.02</td><td>0.11</td><td>0.24</td><td>0.38</td><td>0.07</td></tr></table>	0.18	0.02	0.11	0.24	0.38	0.07	$\alpha = 0.55$	<b>Hijo 1</b>	<table><tr><td>0.22</td><td>0.11</td><td>0.12</td><td>0.15</td><td>0.26</td><td>0.13</td></tr></table>	0.22	0.11	0.12	0.15	0.26	0.13
0.18	0.02	0.11	0.24	0.38	0.07											
0.22	0.11	0.12	0.15	0.26	0.13											
<b>Padre 2</b>	<table><tr><td>0.27</td><td>0.21</td><td>0.14</td><td>0.05</td><td>0.12</td><td>0.21</td></tr></table>	0.27	0.21	0.14	0.05	0.12	0.21	<b>Hijo 2</b>	<table><tr><td>0.23</td><td>0.12</td><td>0.13</td><td>0.14</td><td>0.24</td><td>0.15</td></tr></table>	0.23	0.12	0.13	0.14	0.24	0.15	
0.27	0.21	0.14	0.05	0.12	0.21											
0.23	0.12	0.13	0.14	0.24	0.15											

Figura 15. Cruzamiento aritmético completo. Elaboración propia.

**Operador de mutación.** Este operador busca alterar uno o varios genes del cromosoma aleatoriamente de tal forma que se encuentren soluciones vecinas, esto permite realizar una búsqueda más amplia en el espacio de soluciones e impide una convergencia prematura en óptimos locales. Sin embargo, si este operador se aplica de manera exagerada la búsqueda dejaría de ser inteligente y se volvería aleatoria, saltando en el espacio de soluciones sin ninguna dirección, es por esto que se usa una tasa de mutación ( $t_m$ ) la cual define la probabilidad de que un individuo sea o no mutado. Esta tasa de mutación es normalmente establecida entre 1% y 10% (Granada, 2013).

Algunos tipos de operadores de mutación son:

**Mutación en un punto:** En este operador se genera un número aleatorio que se encuentre en el rango (1: m), este valor representará la posición del gen que será mutado en el cromosoma.



Figura 16. Mutación en un punto. Elaboración propia.

La gráfica representa la condición inicial del hijo y tras obtener un número aleatorio igual a 5 se evidencia la condición de mutación en esta posición del cromosoma.

**Mutación Multipunto:** Este operador funciona de igual manera que la mutación en un punto, su diferencia radica en que se seleccionan de manera aleatoria 2 o más genes para ser mutados. La cantidad de puntos de mutación es determinada por el investigador dependiendo las condiciones y características del problema.



Figura 17. Mutación multipunto. Elaboración propia.

**Mutación Real:** Este tipo de mutación es exclusivo para la codificación real y según Escolano Ruiz et al (2003) consiste en sumar a cada gen del cromosoma un valor aleatorio procedente de una distribución normal de media 0 y desviación estándar  $\sigma$ , como se muestra en la siguiente ilustración.

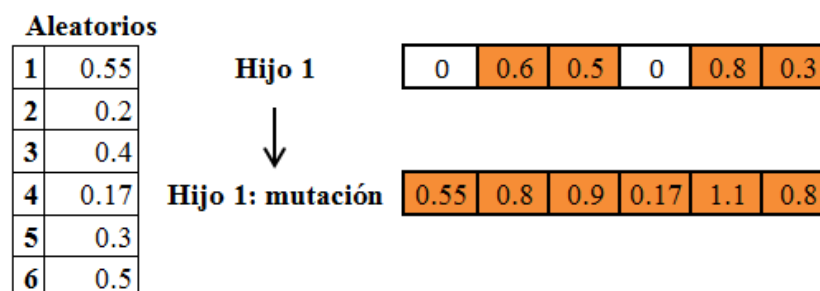


Figura 18. Mutación real. Elaboración propia.

## **Criterio de parada**

El Algoritmo Genético sigue una serie de pasos que se realizan de manera iterativa y orientan la búsqueda a mejores soluciones del problema. Sin embargo, el ciclo debe detenerse y es el investigador el encargado de determinar el momento o criterio de parada del algoritmo con el fin de evaluar los resultados obtenidos por éste. El criterio de parada puede ser un número definido de iteraciones o alguna condición asociada a los resultados, por ejemplo, la obtención sucesiva de la misma incumbente en una cantidad determinada de ciclos.

## **Actualización de la población**

Cuando el algoritmo efectúa todos sus pasos es necesario actualizar la población para pasar a la siguiente iteración, de tal manera que toda o una parte de la población sea remplazada por las mejores soluciones encontradas, tratando de eliminar de forma progresiva los peores individuos, es decir, que un individuo no podrá ingresar a la población si cuenta con características de peor calidad comparadas con las existentes en la población actual. La manera en que se actualiza la población depende del tipo de algoritmo genético que se esté implementando, dado que pueden existir variaciones como el número de individuos que ingresan a la población o el criterio de selección de estos; la decisión sobre estas alternativas influye en la rapidez con que se encuentra la incumbente y el nivel de elitismo en el proceso.

En este orden de ideas, en cada iteración de un **algoritmo genético simple** la población es remplazada en su totalidad, por lo cual todos los individuos pasan por todos los operadores generando 2 descendientes por pareja. Este tipo de algoritmo permite explorar el espacio de soluciones de manera más rápida, pero al aceptar individuos iguales en la población hace que ésta sea más homogénea, teniendo mayor probabilidad de quedar atrapado en óptimos locales.

Por otra parte, en el **algoritmo modificado de Chu-beasley** se remplaza un único individuo de la población en cada iteración, haciendo que los operadores genéticos actúen sobre una sola pareja a la vez. Esta pareja genera 2 descendientes de los cuales sólo uno será seleccionado para ingresar a la población, de acuerdo con una decisión aleatoria o una decisión asociada a las

condiciones de calidad o factibilidad que establezca el investigador. Este algoritmo se caracteriza por lograr poblaciones más diversas y encontrar óptimos alternativos con más facilidad que el algoritmo genético simple, al no permitir individuos idénticos en la población (Ruiz F, Toro O, & Salazar I, 2007)

## MARCO CONCEPTUAL

### Sistema Financiero

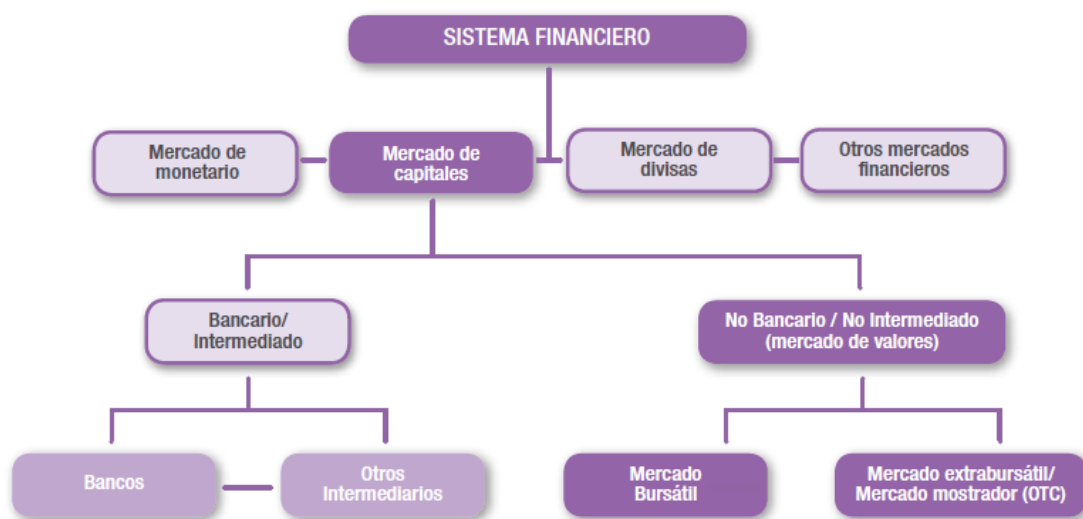


Figura 19. Sistema Financiero de Colombia. Fuente: ABC del Inversionista (AMV, 2012, p.2).

El sistema financiero es el conjunto de entidades, instituciones, medios y mercados encargadas de orientar y propender por la circulación de recursos económicos en un país que van desde los agentes superavitarios hacia los agentes deficitarios. Este sistema está conformado por instituciones que regulan, vigilan y direccionan el sector lo cuales son el Congreso de la República, el Ministerio de Hacienda y Crédito Público, la Superintendencia Financiera y el Banco de la República.

Además, el sistema financiero Colombiano está compuesto principalmente por 4 mercados los cuáles son: El mercado monetario donde se negocian activos financieros a corto plazo. El mercado de capitales donde se acercan las personas o entidades que necesitan recursos con

aquellas que están dispuestas a entregarlos con el objetivo de recibir una rentabilidad. El mercado de divisas donde se realiza la compra y venta de monedas a través de la cuál es posible transformar un tipo de moneda en otra. Y finalmente, otros mercados financieros. (AMV, 2012)

### **Mercado de capitales**

Es un mercado a través del cual se movilizan recursos desde aquellos sectores o personas con excedentes de liquidez (ahorradores o inversionistas) hacia las empresas, sector financiero y el gobierno mediante la compraventa de títulos valores. Existen dos mecanismos para acercar a los agentes superavitarios con los deficitarios, los cuáles son (AMV, 2012):

- **El mercado bancario o intermediado**, donde existe un intermediario entre la persona que presta el dinero y quien lo necesita. Aquí, las contrapartes son desconocidas y los precios del intercambio no son iguales ni transparentes para todo ya que dependen de la entidad intermediaria y de las características de los oferentes y demandantes.
- **El mercado no bancario - Estandarizado**, aquí los agentes demandantes o deficitarios captan los recursos directamente de las entidades oferentes o personas superavitarias. Los precios son transparentes debido a que están dados por las condiciones reales de demanda y oferta del mercado. El mercado no intermediado o estandarizado comprende principalmente los mercados de renta fija, renta variable y derivados.

La compra venta de valores en el mercado no bancario se puede hacer a través del sistema transaccional de la bolsa de valores denominado **Mercado Bursátil**, o se puede hacer fuera de este sistema de la bolsa y de manera directa con la contraparte a lo cual se le llama **Mercado Extrabursátil (OTC)**

### **Mercado de renta fija**

Los diferentes instrumentos que hacen parte del mercado de renta fija se caracterizan por ser los más seguros del mercado, puesto que al momento en que se realiza la inversión, el inversionista conoce cuál va a ser el rendimiento futuro de la misma. Esto es posible, dado que en este tipo de

inversión se pacta una tasa de interés fija o indexada a algún indicador como el IPC, la cual puede hacerse efectiva de manera periódica o a la fecha de vencimiento. Los instrumentos de renta fija son instrumentos de deuda, ya que en realidad lo que hace el inversionista es prestar su dinero al emisor, quien pagará unos intereses por el préstamo y devolverá el capital en el tiempo pactado. Instrumentos más comunes que ofrecen una rentabilidad fija o indexada son:

- **Los bonos:** Son certificados de deuda a través de los cuáles se especifican las condiciones del préstamo, donde el deudor adquiere la obligación de pagar un interés pactado por el rubro recibido y de realizar la devolución del capital en un tiempo determinado. Las emisiones de bonos pueden ser de deuda pública o privada, según el tipo de entidad que las emita. Los **TES** Son los títulos de deuda del gobierno por medio de los cuáles ayuda a financiar sus proyectos y actividades. Su rentabilidad es fija siempre y cuando se deje al vencimiento, en caso de negociarlo o venderlo antes de la fecha, la rentabilidad se vuelve variable al pagar por dicho título un precio determinado por el mercado.
- **Los certificados de depósito a término (CDTs):** Es un método de captación del sistema financiero, de esta manera, las personas guardan sus excedentes de liquidez en la entidad y pueden retirarlo, junto con los intereses, después de 30 días o más (según la duración establecida), de haber adquirido el CDT. Estos intereses pueden ser fijos o indexados a un indicador como el IPC. Es una manera segura y más rentable de ahorrar dinero que dejarlo en una cuenta de ahorros o guardarlo en casa, sin embargo los intereses y el capital no pueden ser retirados antes de las fechas pactadas.

### **Mercado de renta variable.**

Este mercado resulta más riesgoso que el mercado renta fija, ya que al invertir en un instrumento de renta variable no existe una tasa de rendimiento conocida de antemano, puesto que el precio del valor, que determina la rentabilidad, dependerá de las condiciones del mercado, de la situación del país y del desempeño de la empresa emisora, es por esto que no existe una devolución final del capital invertido. Los instrumentos de renta variable son elementos de



participación, puesto que representan una parte del patrimonio de las empresas emisoras. Los principales instrumentos de renta variable son:

- **Las acciones:** Son títulos de participación de una empresa y representan una proporción del patrimonio de la misma, esto quiere decir que al comprar una acción, el inversionista se convierte en socio de la compañía, lo cual le otorga diferentes beneficios, según el tipo de acción, como derecho a dividendos, participación en asambleas, revisión de información financiera de la empresa, entre otros. Las acciones presentan rentabilidad por reparto de dividendos y por valorización del instrumento, sin embargo esta rentabilidad no es fija, depende del precio del mercado y de las condiciones o resultados de la empresa.
- **Fondos de Inversión Colectiva:** Los fondos de inversión son productos en los cuáles se reúnen recursos de varias personas quienes, dependiendo del monto de su inversión, adquieren unidades de participación que representan un porcentaje de los diferentes activos que conforman el fondo. De esta manera, los administradores de los fondos de inversión (Sociedades comisionistas de bolsa, sociedades fiduciarias o sociedades administradoras de inversión) construyen los fondos a partir de una gran variedad de activos, que buscan atraer inversionistas con características y necesidades similares tales como el nivel de riesgo, la rentabilidad esperada, el monto, plazos, límites y niveles de inversión; características que son públicas y pueden ser consultada, junto con las políticas de inversión y demás información relevante, a través de las fichas técnicas de cada fondo. Es así, como los fondos de inversión colectiva permiten a las personas hacer inversiones que, de manera individual, no hubieran podido realizar.

### **Mercado de derivados.**

Son aquellos instrumentos cuyo valor se deriva de un activo subyacente, el cuál puede ser: una acción, un índice bursátil, un commodities, un bono, una divisa, una tasa de interés, entre otros. Existen 4 tipos de productos financieros derivados: los futuros, los swaps, las opciones y los forwards. Los derivados se usan con 3 fines: Especulación, arbitraje y cubrimiento del riesgo.

## **Reglamento de inversión**

Es un documento en el cuál se establecen las normas, políticas y procedimientos que tanto personas naturales como jurídicas deben de seguir para realizar inversiones, ya sea en el mercado de valores o fuera de él, si es el caso. Este documento debe contener como mínimo lo referente a la administración de los recursos, montos permitidos de inversión y sus proporciones asignadas a cada instrumento, tipos de mercados, instrumentos, monedas y las operaciones permitidas y no permitidas, la administración de riesgos, los criterios de rendimientos en términos del riesgo asumido, manejo de conflicto de intereses, clasificación, valoración, contabilización, instancias administrativas y funciones. En el caso de los reglamentos de fondos de inversión colectiva, deben contener además las cláusulas de permanencia, las sanciones por redenciones anticipadas y la comisión de administración.

## **Riesgo**

“La palabra riesgo proviene del latín “risicare”, que significa atreverse o transitar por un sendero peligroso” (De Lara Haro, 2007, p.13). Es considerada como la posibilidad de que una situación ocurra y en caso de que esta suceda, podría generar daños, pérdidas o siniestros. No obstante, el riesgo no siempre es visto como un evento que puede producir resultados adversos, simplemente se puede entender como la incertidumbre que posee cualquier evento, actividad o decisión a tomar de generar un resultado, ya sea favorable o desfavorable para las personas.

Los resultados de una decisión tomada o de una acción realizada, pueden no ser cuantificables o por lo contrario, pueden ser identificados y cuantificados al hallar la probabilidad de ocurrencia de cada uno. De esta manera, los riesgos se clasifican en: Cuantificables y No Cuantificables.

## **Riesgo Financiero**

Se entiende como la probabilidad de que suceda un hecho adverso que provoque un resultado financiero negativo o una pérdida económica a una entidad. Dentro de los riesgos financieros Cuantificables se encuentra el riesgo de mercado, liquidez, crédito y el riesgo operacional. En el

caso del mercado de valores, entre mayor sea el riesgo de pérdidas al realizar una operación, mayor será la rentabilidad obtenida, si no se materializa dicho riesgo.

### **Perfil de Riesgo**

Son aquellos aspectos y características que clasifican, a las personas naturales y jurídicas, según el nivel de riesgo que están dispuesto a asumir en el momento que realiza una inversión. El comisionista de bolsa, a través de un cuestionario que le entrega al inversionista, determina cuál es el perfil de riesgo en el cuál se encuentra dicha persona, algunos factores que influyen en el resultado son: El nivel de conocimiento financiero del inversionista, el horizonte o periodo de inversión, el monto disponible, la tolerancia al riesgo, el objeto de inversión, la rentabilidad esperada, entre otras. Gracias al perfil de riesgo, el inversionista tiene una guía que le permite determinar las operaciones, los mercados y, en general, las decisiones que más se acomodan a sus características y de esta forma, las que más le convienen.

Fundamentalmente existen 3 perfiles de riesgo principales los cuáles son:

- **Perfil Conservador:** En este perfil se encuentran aquellos inversionistas que buscan conservar o mantener el valor del capital invertido, a pesar de que eso implique obtener menores rentabilidades que el promedio observado en el mercado.
- **Perfil Moderado:** Se refiere a aquellas personas que pueden asumir pérdidas moderadas en el corto plazo, con el objetivo de obtener un rendimiento mejor al observado en el mercado en el mediano y largo plazo.
- **Perfil Agresivo:** Corresponde a los inversionistas que están dispuestos a asumir pérdidas significativas con el propósito de tratar de lograr rendimientos superiores a los observados de mercado.

## **Portafolio de inversión**

Se refiere al conjunto de activos financieros que posee un inversionista, ya sea una persona natural o jurídica, con los cuáles busca aprovechar los intereses y/o dividendos de los activos de tal manera que obtenga un rendimiento o ganancia de estos en el mercado de valores.

## **Principio de diversificación**

La diversificación pretende disminuir el riesgo de un portafolio. De esta manera, la diversificación consiste en repartir el capital entre una gran variedad de activos de tal manera que cuando se obtengan malos resultados con alguno de estos, se compensen con los buenos resultados del otro. La diversificación se puede lograr de diversas maneras: invirtiendo en activos de mercados diferentes, pertenecientes a economías de distintos países, realizando inversiones en diferentes tipos de instrumentos y con diferentes monedas, adquiriendo activos con correlaciones negativas, entre otras. Un portafolio es diversificado cuando se tienen varios activos que disminuyen el riesgo de pérdidas al estar inversamente correlacionados entre sí.

## **Modelo**

Es una representación simbólica o codificación que permite ilustrar un problema observado en la realidad con el fin de hacerlo concreto y claro para su interpretación, en el contexto del presente trabajo, se establece un modelo que permita a las personas tener un acercamiento al problema combinatorial de la selección de activos de inversión, posibilitando la determinación de las variables asociadas y la interpretación de una situación con tal complejidad.

## **Optimización**

Hace referencia al proceso a través del cual se busca encontrar la mejor solución posible para un determinado problema. Al resolver un problema de optimización se obtienen múltiples soluciones factibles, sin embargo se cuenta con uno o varios criterios para discriminar entre ellas y así elegir la mejor, en otras palabras, se busca maximizar o minimizar una función objetivo, sujeta a restricciones que normalmente representan limitaciones reales de recursos o políticas restrictivas del proceso.

De esta manera, a lo largo de los años se han creado una gran cantidad de herramientas o técnicas que facilitan el proceso y permiten encontrar la mejor solución a un determinado problema. No obstante, debido a la alta complejidad computacional que poseen algunos problemas, ciertas herramientas de optimización no tienen la capacidad suficiente de arrojar la solución exacta de dicho problema dado que esto podría tomarle al equipo tiempos muy grandes, incluso infinitos. Por este motivo, se abre paso a otros métodos más robustos, que si bien no logren alcanzar la mejor solución, ofrecen la posibilidad de obtener como resultado un conjunto de buenas soluciones; como es el caso de los métodos heurísticos y las metaheurísticas.

## MARCO LEGAL Y NORMATIVO

### Regulación y supervisión del mercado de valores

El mercado de valores Colombiano está regulado por diferentes instituciones que desarrollan funciones de vigilancia y control, a continuación se especifica el marco legal de éstas entidades:

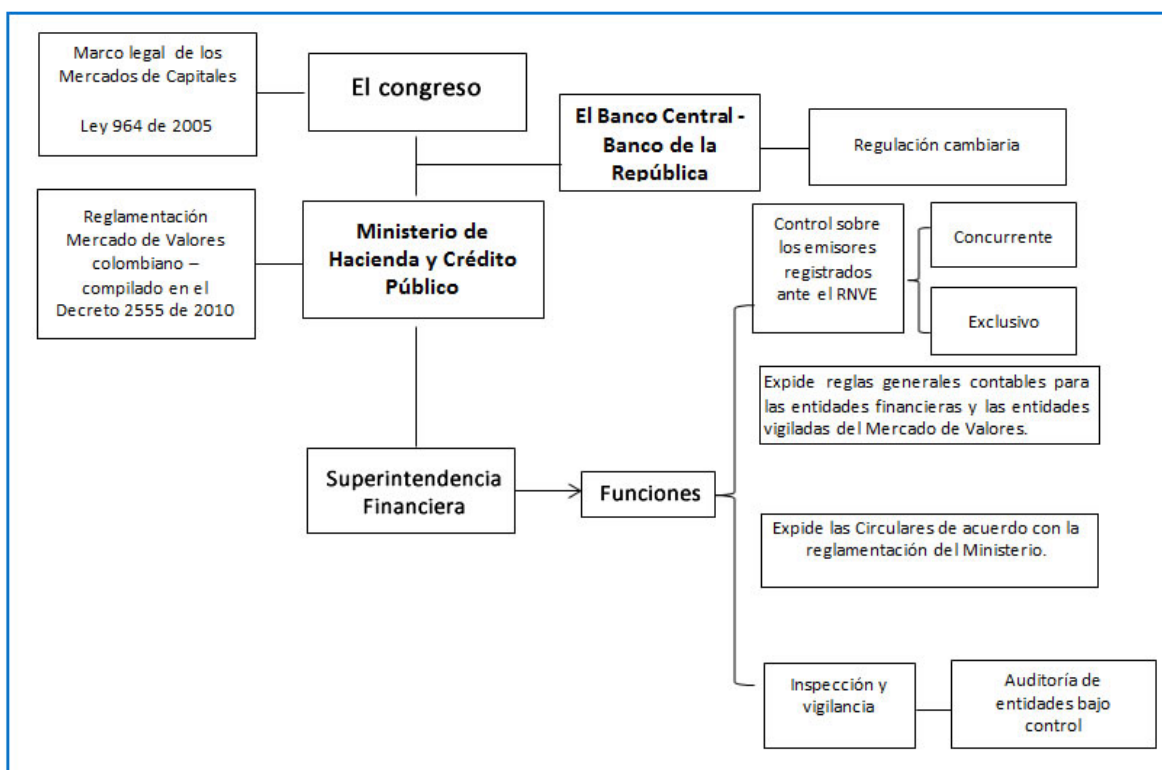


Figura 20. Regulación y supervisión del mercado de valores. Fuente: ANDI (n.d).

Adicionalmente, se cuenta con otras entidades que tienen facultades regulatorias y que conservan el dinamismo en las operaciones del mercado de capitales como lo son el Autorregulador del Mercado de Valores (AMV) y la Bolsa de Valores de Colombia (BVC).

En la siguiente tabla se contempla parte de la normatividad disponible y aplicable al mercado de valores de Colombia y a la administración de portafolios de inversión.

Norma	Entidad que la expide	Descripción
Artículo 150, numeral 19, literal d)	Constitución Política de Colombia de 1991	El congreso a través de las leyes que expide, tiene la función de regular las actividades financiera, bursátil, aseguradora y cualquiera otra relacionada con el manejo, aprovechamiento e inversión de los recursos captados del público.
Ley 1328 de 2009	Congreso de la Republica de Colombia	Dicta normas en materia financiera, de seguros y del mercado de valores, entre las que se encuentran: Régimen de protección al consumidor financiero, facultades de intervención del gobierno nacional en el sistema financiero y estructura del sistema financiero.
Ley 964 de 2005		Dicta normas generales a las cuales debe sujetarse el Gobierno Nacional para regular las actividades de manejo, aprovechamiento e inversión de recursos públicos que se efectúen mediante valores.
Ley 1480 de 2011		Expide el estatuto del consumidor y tiene como objetivo la protección del Consumidor Financiero en cuanto a sus derechos, garantías e intereses económicos.
Ley 1748 de 2014		Establece la obligación de brindar información transparente a los consumidores financieros.
Decreto 2555 de 2010		Se establecen las normas aplicables a la administración y gestión de fondos de inversión colectiva, del mismo modo, la normatividad sobre los fondos mutuos de inversión, régimen de inversión y régimen aplicable a la defensoría del consumidor financiero.
		Artículo 6.15.3.1.8 (Art. 1.2.5.24. Resolución 400 de 1995 Adicionado. Res. 704 de 1999, art. 1°). Folleto informativo: La sociedad comisionista de bolsa deberá elaborar un documento sencillo y fácil de entender, en el cual se tengan en cuenta los criterios que debe evaluar el inversionista para determinar la composición general de su portafolio así como la proporción de los títulos según la capacidad adquisitiva y el nivel de riesgo asumido.

Decreto 1247 de 2016		Sustituye el Título 7 del Libro 9 de la Parte 2 del Decreto 2555 de 2010 y establece los lineamientos para la administración y cumplimiento de obligaciones en la conformación de portafolios de inversión de terceros.
Reglamento General de la Bolsa de Valores de Colombia	Bolsa de Valores de Colombia (BVC)	Dicta las normas aplicables a los mercados de renta variable, renta fija y derivados, en las transacciones efectuadas por intermediación de la BVC. De igual forma, reglamenta la actuación de los diferentes participantes vinculados a estos mercados.

Tabla 3. Marco Legal del Mercado de Valores de Colombia. Elaboración propia

### MARCO SITUACIONAL

El Laboratorio Financiero pertenece a la Facultad de Ingeniería Industrial de la Universidad Tecnológica de Pereira, entidad pública que promueve la relación universidad - empresa - estado - sociedad civil por medio de la investigación y la extensión. Por otro lado, el Laboratorio Financiero es uno de los 32 puntos BVC del país, creados por la Bolsa de Valores de Colombia con el fin de promover la participación de la sociedad en el mercado de capitales colombiano, acercándose por medio de la educación financiera a las zonas donde la Bolsa de Valores no cuenta con oficinas regionales. De esta manera, el presente trabajo contribuirá al objetivo del Laboratorio Financiero de fortalecer sus herramientas académicas con productos investigativos desarrollados por los grupos de investigación de la Facultad de Ingeniería Industrial.

Por otra parte, este proyecto se desarrolla en el contexto del mercado de capitales colombiano el cual está compuesto por las entidades, los mercados y los procesos que permiten a todos los inversionistas, ya sean nacionales o extranjeros, realizar negociaciones eficientes y ágiles, tener confianza en el cumplimiento de sus operaciones y en la custodia de los valores que poseen. A través del mercado de capitales de Colombia se pueden realizar inversiones en instrumentos de renta fija, renta variable y derivados, siendo estos dos últimos los de mayor riesgo o volatilidad. (Bolsa de Valores de Colombia, n.d). Este mercado inició su operación en el país hace ya más de 80 años y actualmente, la entidad encargada de brindarle al mercado de valores la infraestructura adecuada para promover su crecimiento es la Bolsa de Valores de Colombia, sociedad que fue constituida el 3 de julio del año 2001. Desde la primera rueda accionaria, realizada el 2 de abril

de 1929 (Caballero Argáez, 2002), hasta hoy; el mercado colombiano ha presentado un gran crecimiento en términos del volumen transaccional, el número de instrumentos listado en bolsa, la rotación de los valores negociados y la frecuencia con la que se transan los activos financieros; todos estos factores que favorecen la liquidez y el dinamismo del mercado. No obstante, a pesar de este crecimiento, el mercado de valores en Colombia sigue siendo un mercado poco líquido en comparación con los mercados de otros países.

Debido a los factores mencionados anteriormente, a algunas características políticas, económicas y sociales del país, y al desconocimiento de gran parte de la población colombiana en temas de inversión, el perfil de riesgo que prevalece en el país es el conservador. Este perfil de riesgo, se caracteriza por preservar el capital con la máxima seguridad posible, por lo cual su principal instrumento de inversión es la renta fija y, en proporciones muy bajas de capital, la renta variable que se incluye para responder al principio de diversificación.

En este orden de ideas, este trabajo se enmarca en la búsqueda de la configuración de un algoritmo genético para resolver el problema de selección de portafolios de inversión en el contexto anteriormente descrito, es decir, para un portafolio conservador con principios de diversificación en el Mercado de Valores colombiano.



### **CAPITULO III: DISEÑO METODOLÓGICO**

El presente proyecto corresponde a una investigación cuantitativa experimental, puesto que se estudiarán los resultados obtenidos por un algoritmo genético producto del cambio o variación en algunos de sus componentes estructurales y parámetros.

#### **UNIVERSO O POBLACIÓN**

El universo de la investigación está dado por los instrumentos de renta fija, renta variable y derivados listados en el Mercado de Valores de Colombia y por instrumentos de liquidez (fondos de inversión colectiva).

#### **MUESTRA**

La muestra se conformará por aquellos instrumentos financieros cuyos datos históricos se adapten a los requerimientos del modelo a implementar.

#### **DELIMITACIÓN DEL ESTUDIO**

- Espacial: Mercado de Valores de Colombia
- Temporal: 1 de enero 2016 – 31 de agosto 2017
- Demográfica: Población con un perfil de inversión conservador.
- Temática: Configuración del método de solución de algoritmos genéticos.

### VARIABLES E INDICADORES

VARIABLE	DESCRIPCIÓN	CLASIFICACIÓN	ESCALA	INDICADOR	SUBVARIABLE
<b>Riesgo de mercado</b>	Exposición del portafolio al riesgo de mercado	Cuantitativa	Moneda colombiana (COP)	$\sigma^2$	Riesgo de tasa de interés
				Varianza de los rendimientos	Volatilidad
<b>Rentabilidad</b>	Utilidad obtenida por la inversión en el activo	Cuantitativa	Porcentual	$R_t - R_{t-1}$	Tasa
				$Ln \left[ \frac{P_t}{P_{t-1}} \right]$	Precio
<b>Tiempo computacional</b>	Tiempo que tarda el algoritmo en encontrar la incumbente	Cuantitativa	segundos	Cantidad de segundos	-

Tabla 4. Variables e indicadores. Elaboración propia

VARIABLE: RIESGO DE MERCADO	
Definición conceptual de la variable	Definición operativa de la variable
El riesgo de pérdidas que un portafolio posee dado a la pérdida de valor de un activo por cambios de los precios en el mercado	Volatilidad o nivel de variación de los rendimientos históricos de un activo.
SUBVARIABLE: Riesgo de tasas de interés	
Definición de la subvariable	Indicadores
El riesgo de pérdidas asociado a las fluctuaciones adversas en las tasas de interés en el mercado.	Duración
	Duración modificada
	Convexidad

<b>SUBVARIABLE: Volatilidad</b>	
<b>Definición de la subvariable</b>	<b>Indicadores</b>
El grado de incertidumbre en la variación de los precios de un activo en el mercado, representa la frecuencia e intensidad de dichas fluctuaciones.	Varianza
	Desviación Estándar
	Rango de observaciones
<b>VARIABLE: RENTABILIDAD</b>	
<b>Definición conceptual de la variable</b>	<b>Definición operativa de la variable</b>
Retribución o beneficio obtenido por el dinero invertido en un activo o portafolio determinado, que se verá reflejado en un aumento o disminución del capital.	Proporción de las utilidades de la operación respecto al monto inicial invertido en un determinado activo
<b>SUBVARIABLE: Tasa</b>	
<b>Definición de la subvariable</b>	<b>Indicadores</b>
Tasa de interés al que renta un determinado activo.	Rendimiento Continuo, Rendimiento Discreto y Diferencial de tasas
<b>SUBVARIABLE: Precio</b>	
<b>Definición de la subvariable</b>	<b>Indicadores</b>
Valor otorgado a un activo determinado en un momento puntual de negociación.	Precio de Mercado
<b>VARIABLE: TIEMPO COMPUTACIONAL</b>	
<b>Definición conceptual de la variable</b>	<b>Definición operativa de la variable</b>
Tiempo en el cual un algoritmo desarrollado en un programa tarda en ser ejecutado.	Tiempo en el cual el algoritmo genético programado cumple el criterio de parada.

Tabla 5. Definición de variables. Elaboración propia.

## RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

La información necesaria para el desarrollo de la investigación es de tipo secundaria, puesto que se accederá a ella a través de los datos históricos de los diferentes activos, que se encuentran de manera libre y pública en la páginas de la Bolsa de Valores de Colombia, comisionistas de bolsa y de la Asociación de Fiduciarias de Colombia, también se logró la recopilación de los datos a través de información específica brindada por la BVC gracias al vínculo del proyecto con el Laboratorio Financiero.

## PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE INFORMACIÓN

### ETAPA 1: Realización del estado del arte.

En esta etapa se lleva a cabo la revisión del estado del arte que permite conocer los estudios previos desarrollados sobre el tema y, a su vez, permite comprender las características y estructuras utilizadas para la construcción del algoritmo. Esta etapa da respuesta al primer objetivo específico de la investigación.

- **Fase I:** Búsqueda en revistas indexadas de artículos review sobre el uso de algoritmos genéticos para seleccionar portafolios de inversión.

A través de los artículos review se busca identificar los principales autores, con sus respectivas investigaciones, que han estudiado el tema de algoritmos genéticos aplicado al problema de selección de portafolios.

- **Fase II:** Búsqueda y profundización de los artículos o autores encontrados que usen algoritmos genéticos para la selección de portafolios de inversión, particularmente, aquellos que mencionen la configuración del algoritmo para dicho fin.

En esta fase se realiza un estudio más profundo de las investigaciones encontradas, y se analizan factores importantes como el tipo de algoritmo utilizado, la configuración del algoritmo implementada, la metodología de selección de la población inicial o del portafolio

a optimizar, el tipo de modelo de optimización usado, entre otros, con el objetivo de aclarar y ampliar las ideas y tener referentes a partir de los cuáles pueda desarrollarse el trabajo.

- **Fase III:** Identificación de los elementos a configurar en el algoritmo genético y que serán evaluados.

En esta fase se estudia y analiza la estructura de los algoritmos genéticos implementados en los artículos, para determinar cuáles son los elementos o variables propensas a ser configuradas de diferentes maneras.

## **ETAPA 2:** Determinación del modelo de optimización a implementar.

En la segunda etapa del trabajo, se identifica el tipo de modelo que se va a implementar en la investigación y se determinan todos sus componentes y características.

- **Fase I:** Análisis de los diferentes modelos implementados en las investigaciones estudiadas en la etapa I- Estado del arte.

Se estudia a profundidad cada uno de los modelos usados en la literatura abordada en el estado del arte, buscando de esta manera identificar y caracterizar las opciones que se tienen para modelar el problema en estudio.

- **Fase II:** Selección del tipo de modelo a desarrollar para el problema propuesto.

A partir de la información recopilada y analizada en la fase anterior, se selecciona el modelo de optimización que mejor se adapte a las características y requerimientos del presente trabajo.

- **Fase III:** Adaptación de los parámetros y componentes del modelo seleccionado para la aplicación del problema a un portafolio conservador diversificado

En esta fase se determinan las variables de entrada del modelo y se ajustan las restricciones del mismo según las características de un perfil de riesgo conservador, teniendo en cuenta el principio de diversificación.

- **Fase IV:** Definición de la codificación a implementar para representar las variables de decisión del modelo seleccionado, de tal manera que la información pueda ser comprendida y manipulada por el algoritmo programado en el software elegido.

### **ETAPA 3:** Construcción del set inicial de datos.

En esta etapa, se construye el set inicial de datos a partir de la información histórica de diferentes activos de inversión del mercado de capitales de Colombia, dando respuesta al segundo objetivo del estudio.

- **Fase I:** Recopilación de la información histórica de los activos del mercado de valores de Colombia y de los fondos de inversión disponibles en el país.

Se realiza la búsqueda y descarga de los datos históricos de los activos que estén disponibles en las páginas de la Bolsa de Valores y las comisionistas de bolsa. Para aquella información que no sea pública en las páginas web, se realiza una solicitud directa a las respectivas entidades.

- **Fase II:** Identificación de los activos financieros con mayor liquidez del mercado, es decir, aquellos que son tranzados con mayor frecuencia y que por ende poseen una mayor cantidad de datos históricos en el espacio temporal de estudio.

Se seleccionan para conformar el set de datos inicial a aquellos activos que posean un 60% o más datos sobre el activo con mayor información histórica en el espacio temporal de estudio.

- **Fase III:** Procedimiento para completar datos faltantes en el histórico de los activos más líquidos.

Se emplean metodologías estadísticas tradicionales para completar los datos faltantes de los activos y así tener la información correspondiente al espacio temporal de estudio para todos los activos.

#### **ETAPA 4:** Implementación del algoritmo a través del modelo seleccionado.

Esta es la etapa en la cual se ejecutan o desarrollan todos los elementos investigados y definidos en las etapas anteriores.

- **Fase I:** Definición de las configuraciones a implementar.

Basados en los elementos identificados en la última fase de la etapa I que son susceptibles a ser configurados de diversas maneras, se determinan cuantas y cuales configuraciones van a ser desarrolladas y evaluadas en el estudio.

- **Fase II:** Programación de los códigos, a través del software libre R, que modelan el algoritmo genético con sus diferentes configuraciones previamente definidas. De esta manera, se programan tantos algoritmos como configuraciones se hayan elegido.
- **Fase III:** Validación de los códigos programados.

Se realizan pruebas de escritorio con cada uno de los códigos para validar que todos los pasos u operadores que conforman el algoritmo estén bien desarrollados y sigan el procedimiento de operación correcto.

- **Fase IV:** Ejecución de los algoritmos con el set de datos inicial definido en la etapa II.

En esta fase se corren reiteradamente los códigos con cada una de las configuraciones definidas documentando la información final del portafolio obtenido y el tiempo de ejecución empleado en cada corrida para posteriormente evaluar los resultados.

**ETAPA 5:** Evaluación de los resultados obtenidos por las diferentes configuraciones del algoritmo implementado.

- **Fase I:** Determinación de las variables a evaluar y del método de evaluación de los resultados obtenidos por las diferentes configuraciones.
- **Fase II:** Evaluación de los resultados obtenidos a través del método de prueba seleccionado.

En esta fase final, se realiza la evaluación estadística de cada uno de los portafolios obtenidos al implementar las diferentes configuraciones del algoritmo para determinar cuál de estas es la configuración más apropiada para aplicar al problema de selección de portafolios bajo un perfil de riesgo conservador diversificado en el Mercado de Valores colombiano.

**ETAPA 6:** Elaboración del artículo de investigación a partir de los resultados del presente trabajo.

Una vez se haya realizado toda la investigación y se tengan los resultados, en esta etapa se escribe un artículo que resume el trabajo realizado y los resultados obtenidos en el mismo, este artículo quedará a disposición de los autores para su posterior publicación.



## CAPÍTULO IV: REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE

Este capítulo expone un análisis breve de 19 artículos de investigación relacionados con el tema de estudio; siendo 4 de estos artículos nacionales y los 15 restantes internacionales. El análisis detallado de cada uno de estos artículos se encuentra en [ANEXO1\\_Estado del arte.docx](#)

La conformación de portafolios de inversión es un problema combinatorial complejo debido a la gran cantidad de activos disponibles en un mercado que pueden ser seleccionados para el portafolio y de los cuales depende el riesgo y la rentabilidad final del mismo. Es por esto que diversas técnicas metaheurísticas, como los algoritmos genéticos, han sido propuestas para abordar y resolver este problema desde un enfoque particular y con consideraciones propias dentro del proceso.

Uno de los primeros trabajos propuestos para seleccionar un portafolio que minimice el riesgo, fue elaborado por Harry Markowitz en su artículo Portfolio Selection, donde la medida de riesgo empleada fue la media-varianza de los rendimientos. Sin embargo, muchos autores han expresado los problemas o desventajas que este modelo posee, como lo hizo Michaud (1989) al exponer que la solución del problema a través de este modelo concentra la inversión en muy pocos activos lo que genera portafolios riesgosos y poco diversificados, ya que no incluye ninguna restricción con respecto al límite máximo de inversión en un solo activo. Es por esto que se han presentado nuevos modelos y se han propuesto medidas de riesgo alternas para la conformación de un portafolio. Wang, Hu, y Dong (2015) adoptan una medida de riesgo convexa denominada déficit esperado ponderado (weighted expected shortfall- WES), la cual refleja el riesgo razonable en los mercados de valores. Un factor importante de esta medida de riesgo es el hecho de que involucra un activo libre de riesgo en el portafolio y asocian el coeficiente de aversión al riesgo en la medida. Los resultados de la cartera obtenidos a través de la implementación de un algoritmo genético, mostraron que el modelo propuesto es estable mientras el coeficiente de aversión sea pequeño, sugiriendo un valor máximo de 5 para este parámetro; esto sugiere que el enfoque propuesto es una buena opción para inversionistas conservadores.

Chang, Yang, y Chang (2009) abordan el problema de selección de portafolio usando 4 medidas de riesgo diferentes: media-varianza, semivarianza, desviación absoluta media y varianza con asimetría; y así comparar los resultados obtenidos a través de un algoritmo genético de selección por torneo y de cruzamiento uniforme para diferentes portafolios que permiten desde 10 hasta 90 activos. Los resultados que los autores obtuvieron al implementar los algoritmos arrojaron que entre mayor sea el tamaño del portafolio la frontera eficiente de este se hace más corta, por lo que los inversores no deberían considerar valores de portafolios superiores a un tercio del total de activos disponibles, además todos los resultados obtenidos con las diferentes medidas de riesgo resultaron similares al portafolio hallado con el modelo de media-varianza de Markowitz lo que muestra la eficiencia de los algoritmos genéticos para hallar carteras eficientes usando diferentes medidas de riesgo que pueden ser más precisas o apropiadas que la media-varianza.

Por su parte, Rankovic, Drenovak, Stojanovic, Kalinic, y Arsovski (2014) utilizan el valor en riesgo (VaR) como medida para solucionar el problema de selección de carteras empleando una técnica multiobjetivo y dos técnicas mono-objetivas. En los resultados, una de las técnicas mono-objetivas presentó el mejor resultado, aunque muy cercano al del modelo multiobjetivo, sin embargo, las técnicas de objetivo único aplicadas a la optimización de cartera y basada en el VaR no necesariamente dan como resultado un conjunto de carteras eficientes puesto que el VaR no es una medida de riesgo coherente, ya que las técnicas de un solo objetivo se basan en una secuencia de ejecuciones independientes. Este artículo hace uso de una medida de riesgo menos usada para este tipo de investigaciones, sin embargo, sus resultados sólo permiten comparar y dar conclusiones entre los modelos propuestos y no realmente en la configuración del algoritmo genético empleado.

Por otro lado, la teoría de portafolio de Markowitz solo aporta una solución a la asignación de capital de un portafolio predeterminado, por lo tanto si los activos que conforman el portafolio son de mala calidad no se obtendrá un buen portafolio aunque se optimice la participación de los activos en la cartera. Por tal razón, Yu, Wang, & Lai (2009) proponen un análisis preliminar de la calidad de los activos a partir de múltiples criterios que permitan la conformación de mejores portafolios. Los indicadores tenidos en cuenta para seleccionar la cartera fueron: El retorno del capital empleado, índice de precio/ganancia, ganancia por acción y el indicador de liquidez de la

empresa. Así, para conformar el portafolio los autores desarrollan dos algoritmos genéticos, uno para seleccionar los activos que bajo diferentes atributos son los de mayor calidad y otro para desarrollar el modelo de Markowitz ajustando los pesos de los activos seleccionados para minimizar el riesgo de la cartera. Este es un aporte importante al problema de selección de portafolios ya que permite involucrar aspectos financieros de la empresa para evaluar los activos, y es una guía para plantear nuevos criterios que permitan una decisión más consciente, amplia y adecuada sobre los activos que deben conformar un portafolio y podría extrapolarse a instrumentos de otros mercados, no exclusivamente de renta variable como fue el caso de este artículo.

Gupta, Mehlawat y Mittal (2012) al igual que El hachloufi, Guennoun, y Hamza (2012) también emplean una técnica previa que facilita la selección de los activos de inversión en un portafolio. Los primeros autores, involucran la liquidez como un nuevo criterio de decisión complementario al retorno y el riesgo; con la ayuda de un algoritmo de aprendizaje supervisado (Máquinas de soporte vectorial) categorizan los activos en estos 3 criterios y posteriormente usan un algoritmo genético de codificación real y binaria para resolver el modelo del problema de selección de activos. El modelo usado es multiobjetivo, donde se busca: Maximizar la rentabilidad a corto plazo (12 meses), maximizar la rentabilidad a largo plazo (36 meses), minimizar el riesgo y maximizar la rentabilidad, además involucra la restricción de cardinalidad en el modelo. Esta forma de abordar el problema de selección de portafolios permite seleccionar carteras óptimas para cada clase de activos, sobre la base de las preferencias de los inversores y con respecto a los criterios financieros utilizados, es decir, que si el inversor es conservador otorgará mayor prioridad a la función objetivo de minimizar el riesgo del portafolio. Por su parte, los segundos autores aplican el método K-MEANS para clasificar en grupos los activos que presentan un VAR y un retorno semejante, posteriormente es aplicado un algoritmo genético en dos etapas; la primera, busca minimizar el riesgo medido por el VAR para un valor dado de la cartera, mientras que, una segunda etapa busca maximizar el valor de la cartera. La codificación que se emplea para desarrollar el algoritmo es real, el operador de selección es la ruleta y el operador de cruzamiento se da en un solo punto.

En cuanto al algoritmo genético, la probabilidad de cruzamiento y probabilidad de mutación son los factores principales que afectan la capacidad de búsqueda del algoritmo, es por esto que Zhang, Chen, y Wang (2006) proponen que estas probabilidades se adapten según la calidad de cada cromosoma para así mantener la diversidad genética en la población y evitar que los algoritmos genéticos converjan prematuramente a mínimos locales. Además de esto, los autores usan un modelo estocástico para representar el problema puesto que, en la realidad, los rendimientos de los activos y los estados futuros de los riesgos varían en el tiempo, y los modelos comúnmente usados para el problema de selección de carteras no involucran este factor. Los autores Sefiane y Benbouziane, (2012) comparten también la idea de que el proceso de cruzamiento constituye un rol fundamental para encontrar un resultado óptimo, por ello, formulan una función de aptitud para evaluar 3 procedimientos de cruce: en un punto, en dos puntos y cruzamiento aritmético. El estudio evalúa los resultados en cuanto a la proporción obtenida de cada activo, la varianza, el retorno esperado y el tiempo computacional. Los hallazgos muestran que el cruzamiento aritmético fue el que obtuvo el mejor resultado y que los 3 procedimientos de cruce presentaron un interesante tiempo computacional, aun así, los autores ven necesaria una investigación adicional en la que se comparen los resultados de algoritmos genéticos con respecto a los operadores de mutación y selección, considerando la importancia de incorporar variantes de estos operadores que permitan obtener resultados más concluyentes en torno a la elección de los parámetros del algoritmo genético.

En cuanto los aportes al modelo, Lin, Gen (2007) ofrecen un análisis multiobjetivo en el que evalúan el desempeño histórico de 40 muestras de empresas del mercado de valores de Taiwán para proponer una ponderación adecuada, utilizando algoritmos genéticos. Este artículo no utiliza ninguna comparación de sus resultados con otro método de solución por lo cual, como propuesta futura, se resalta en interés de poder comparar los resultados obtenidos del algoritmo empleado con otras técnicas de solución o con variantes en los parámetros, ya que esta investigación no lo considera.

Soleimani, Golmakani, & Salimi (2009) consideran un modelo de selección de cartera basado en el modelo de Markowitz, pero incluyendo tres restricciones adicionales: Los lotes mínimos de transacción, las restricciones de cardinalidad (ambas que se han presentado antes en otras

investigaciones) y la capitalización del mercado (sector). Al igual que ellos, C. C. Lin & Liu, (2008) proponen modelos de decisión para los problemas de selección de cartera con lotes mínimos de transacción y utilizan algoritmos genéticos para resolverlos. De los 6 modelos propuestos, 2 están basados en el modelo de Markowitz, el siguiente busca minimizar la distancia entre el portafolio objetivo y los portafolios obtenidos, y los 3 modelos restantes se derivan de un acercamiento al enfoque Fuzzy multiobjetivo. Los resultados del estudio empírico muestran que las carteras obtenidas utilizando los algoritmos propuestos están muy cerca de la frontera eficiente, lo que indica que el método empleado puede obtener resultados factibles y cercanos al óptimo para el problema de selección de carteras en un tiempo computacional aceptable. Adicionalmente, de los 6 modelos estudiados de algoritmo genético, sólo uno no incorpora los lotes mínimos de transacción como restricción, lo que muestra de forma general que la investigación cuenta con un valor agregado al considerar lotes mínimos de transacción como un factor presente en las operaciones bursátiles y por lo tanto, un aspecto de interés que debe ser tenido en cuenta por cada inversionista.

Entre otras, la cardinalidad es también una condición contemplada por Moral-Escudero, R; Ruiz-Torrubiano, R. ; Suarez (2006) en su artículo, en el que se propone un algoritmo híbrido que combina algoritmos genéticos y programación cuadrática; se emplea el Algoritmo Genético de estado estacionario para seleccionar un subconjunto y la cantidad óptima de capital a invertir se resuelve mediante programación cuadrática. Los autores, además, exploran diversas alternativas de representación del cromosoma o codificación entre las que destacan: la binaria que requiere el uso de funciones de penalización o mecanismos de reparación para mantener las restricciones de cardinalidad y una representación de conjunto utilizada en combinación con un operador de recombinación especialmente diseñado. Los resultados de las 2 formas de codificación finalmente son comparados con resultados obtenidos aplicando búsqueda tabú. Los resultados evidencian que la técnica híbrida propuesta conduce a pequeñas pero consistentes y significativas mejoras sobre la búsqueda tabú para todos los problemas. Por otro lado, La codificación del subconjunto da generalmente mejores resultados que la codificación binaria, especialmente cuando se usa en combinación con el operador RAR. Adicionalmente, los autores expresan que una comparación detallada con otras investigaciones ha resultado difícil debido a la insuficiente información o dificultades para reproducir la configuración empírica.

Anagnostopoulos y Mamanis (2011) abordan el problema de selección de carteras usando 5 algoritmos evolutivos multiobjetivo diferentes (MOEA's) y un algoritmo mono-objetivo. Los MOEA'S empleados en el estudio son: algoritmo Niched Pareto 2 (NPGA2), el algoritmo genético non-dominated sorting II (NSGA-II), algoritmo de selección Pareto envelope-based (PESA), algoritmo evolutivo strength Pareto (SPEA 2), y algoritmo evolutivo e-multiobjetivo (e-MOEA). Al comparar los resultados de estos algoritmos se obtuvo que todos los MOEA's son mejores que el algoritmo evolutivo de único objetivo, resolviendo el problema en menor tiempo de CPU y menos generaciones de soluciones. Entre los MOEA's, el mejor desempeño fue de SPEA 2, seguido por el algoritmo NSGA-II y e-MOEA. Estos autores permiten reconocer los mejores tipos de algoritmos para abordar el problema de selección de carteras en un portafolio conformado por activos de renta variable, sin embargo, no involucra otro tipo de activos, instrumentos y mercados que permitan diversificar el portafolio e identificar la eficiencia de estos algoritmos para portafolios diversificados, o con perfil de riesgo conservador.

Por otra parte, Yang (2006) emplea un algoritmo genético para el problema de selección de activos, como una técnica estocástica y la compara con los métodos tradicionales de media-varianza clásica, el enfoque bayesiano y un algoritmo genético de un solo estado. Se encuentra que los Algoritmos Genéticos tienen rendimientos más altos y menor varianza en relación con el método de media-varianza y el enfoque Bayesiano. El Algoritmo Genético con multi-estados domina el Algoritmo Genético de un solo estado en términos de media y varianza, la relación de Sharpe para el algoritmo genético multi estados es la más alta entre las cuatro, aunque la relación de Sharpe para el algoritmo genético de un solo estado es inferior a la de múltiples estados, todavía supera a los métodos tradicionales que tienen un valor cercano entre ellos. Ahora bien, la investigación podría no sólo considerar en su modelo el retorno esperado sino incluir también alguna medida de riesgo para ver cómo actúa el algoritmo estocástico frente a esas limitaciones.

Fu, Chung, y Chung (2013) muestran un análisis desde la aplicación de algoritmos genéticos para la ponderación de acciones individuales de una cartera, la adopción de un algoritmo genético para el establecimiento de parámetros de indicadores técnicos y la evaluación de tres estrategias diferentes de ponderación (Peso en igual proporción, peso empleando la ecuación cuadrática de Markowitz, peso propuesto por el Algoritmo Genético), Finalmente se evalúa el

desempeño del Algoritmo Genético Tradicional Vs el Algoritmo Genético Jerárquico, usando uno y múltiples indicadores. Los resultados demuestran que no hay diferencia significativa entre el algoritmo genético tradicional y el jerárquico en ambas desviaciones estándar y la función fitness más alta se presenta cuando es usado un solo indicador, esto significa que la variación de la función fitness es similar en ambas estrategias y ambos pueden determinar la mejor solución en el periodo de operación. El algoritmo genético tradicional alcanza convergencia más rápidamente que el jerárquico y aunque éste toma más generaciones para converger logra tener una mejor función fitness que el tradicional usando más indicadores.

Por último, a nivel nacional se han encontrado investigaciones donde se emplean diferentes técnicas cuantitativas para resolver el problema de selección de portafolios, sin embargo, se profundizó únicamente en aquellos que usaron técnicas metaheurísticas diversas, puesto que puntualmente los algoritmos genéticos solo fueron encontrados en un artículo. Los análisis de los artículos se relacionan a continuación:

Cruz, Restrepo, & Moreno (2006) presentan una metodología para la optimización de un portafolio de inversión conformado por acciones de la Bolsa de Valores de Colombia, haciendo uso de la metaheurística Recocido Simulado con el fin de determinar el volumen de negociación que maximiza los rendimientos esperados reflejados en el Valor Presente Neto (VPN). Para esto se eligen las 5 acciones con los mejores indicadores bursátiles desde el punto de vista de rentabilidad, liquidez y riesgo. El Modelo utilizado incorpora la tasa de oportunidad del inversionista y la comisión del intermediario financiero.

Robledo Escobar & García Gómez (2008) realizan la construcción de un portafolio de acciones en el mercado de valores colombiano a través de redes neuronales y algoritmos genéticos. Para esto, se seleccionan las 5 acciones que conforman el portafolio utilizando la técnica de análisis fundamental, luego se usan las redes neuronales para proyectar los precios de los activos y finalmente se implementa el algoritmo genético para asignar el presupuesto de inversión de tal manera que se minimice el riesgo del portafolio. Con el estudio, los autores concluyeron que el portafolio puede optimizarse gracias al algoritmo genético, puesto que los datos arrojados mediante redes neuronales fueron demasiado dispersos.

Cruz, Restrepo, & Morales (2005) exponen una metodología para la selección de activos de inversión del mercado de renta variable en la Bolsa de Valores de Colombia, a través de la optimización del Valor Presente Neto (VPN) y aplicando como técnica de solución la heurística de búsqueda dispersa. Ésta metodología incluye una preselección de los activos con base en el análisis fundamental y técnico, una simulación de los precios futuros con la técnica de simulación Montecarlo y finalmente, la aplicación de la heurística sobre el portafolio de inversión. Los autores concluyen que la técnica de solución es acertada para el problema planteado, resaltan además que el VPN incorpora no sólo las ganancias de los activos sino que también descuenta algunos costos más reales lo que permite tener una idea más ajustada de las ganancias reales. No obstante, no se aprecia en el artículo el cálculo de la tasa del VPN lo que puede variar significativamente los resultados, ni se incorporan variables externas que afectan los precios, puesto que éstos son simulados con Montecarlo.

Correa et al. (2007) muestran una metodología para la selección de activos del mercado de renta variable en el mercado de valores de Colombia, combinando simulación y técnicas metaheurísticas: búsqueda dispersa, recocido simulado, y búsqueda tabú, con el fin de maximizar la rentabilidad de la inversión en condiciones de bajo riesgo. Para ello, realizan una preselección de los activos con análisis fundamental y técnico, pronostican los precios de los activos seleccionados con base en históricos, optimizan el portafolio a negociar determinando volúmenes y usando técnicas metaheurísticas, simulan el flujo de caja, se prueba el portafolio en un horizonte temporal de 5 días, se establece el VPN y finalmente se comparan los datos reales con los resultados obtenidos por la metodología. Los autores concluyen que la metodología permitió conformar un portafolio más rentable que el índice IGBC y superior a la tasa de oportunidad del inversionista. Sin embargo, el artículo expone que la investigación se realiza para condiciones de bajo riesgo pero en la función objetivo no se incorpora ninguna medida del mismo.



## CAPÍTULO V: MODELO DE OPTIMIZACIÓN

En el estado del arte estudiado se encontró diferentes tipos de modelos orientados hacia la mejor conformación de un portafolio, entre estos, el modelo empleado por los autores Chang, Yang, & Chang (2009) y posteriormente por Anagnostopoulos & Mamanis (2011), quienes en sus correspondientes artículos hacen una extensión del modelo de Selección de Portafolios de Markowitz, donde relacionan en su función objetivo tanto el riesgo como la rentabilidad del portafolio a través de un coeficiente de aversión al riesgo ( $\lambda$ ). Este modelo es tomado como referencia para el desarrollo de la segunda etapa metodológica, incorporando una restricción adicional que permite adaptarlo bajo las condiciones de un perfil conservador diversificado. El modelo resultante, se presenta a continuación:

$$\text{Min } \lambda \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} - (1 - \lambda) \sum_{i=1}^n x_i \mu_i \quad (11)$$

$$1. \sum_{i=1}^{S_1} x_i \geq b_l$$

$$2. \sum_{i=S_1+1}^{S_2} x_i \leq b_h$$

$$3. \sum_{i=S_2+1}^{S_3} x_i \leq b_h$$

$$4. \sum_{i=S_3+1}^{S_4} x_i \leq b_h$$

$$5. \sum_{i=1}^n x_i = 100\%$$

$$6. \sum_{i=1}^n A_i \leq K$$

$$7. 0 \leq x_i \leq L_h A_i$$

Donde,

$\lambda = 0$  Portafolio con máxima rentabilidad

$\lambda = 1$  Portafolio con mínima varianza

$0 \leq \lambda \leq 1$

$i = 1, \dots, n$  Número de activos en el mercado

$x_i$  = Porcentaje de inversión en el activo  $i$

$\sigma_{ij}$  = Covarianza entre los retornos de los activos  $i, j$

$\mu_i$  = Rentabilidad del activo  $i$

$b_l$  = Porcentaje mínimo de inversión en el mercado  $S$

$b_h$  = Porcentaje máximo de inversión en el mercado  $S$

$S_1$  = Cantidad de activos del mercado de renta fija

$S_2$  = Cantidad de activos del mercado de renta variable

$S_3$  = Cantidad de activos del mercado de liquidez

$S_4$  = Cantidad de activos del mercado de derivados

$A_i = 1$  si se invierte en el activo  $i$

0 en caso contrario

$K$  = Número de activos permitidos en el portafolio

$L_h$  = Proporción máxima de capital invertido en un activo  $i$

Las primeras cuatro restricciones representan los límites superior e inferior de inversión en un mercado determinado, respectivamente, la quinta restricción asegura la asignación total del capital disponible, la sexta establece el número total de activos permitidos en el portafolio y la séptima la proporción máxima de inversión con la que puede contar un determinado activo.

En respuesta a un perfil conservador diversificado se establecen los parámetros del modelo, de la siguiente manera:

Parámetro	Valor	bl-bh			
$\lambda$	0.8	Renta Fija	Renta Variable	Derivados	Liquidez
K	20	75% - 80%	10% - 15%	5% - 10%	5% - 10%
Lh	30%				

Tabla 6. Parámetros del modelo de optimización. Elaboración propia.

Un perfil de riesgo conservador preferirá invertir en instrumentos que le representen una gran seguridad así la rentabilidad obtenida por estos no sea significativa. En este orden de ideas, se sugiere para la conformación de un portafolio, un rango de inversión para cada tipo de mercado que refleje el grado de afinidad entre las características de estos y los atributos buscados por el inversionista conservador.

De esta forma, el mercado de renta fija presenta una menor volatilidad, explicada principalmente, por el conocimiento previo que tiene el inversionista sobre los rendimientos de los activos durante su vigencia, esta característica le permite al inversionista protegerse del riesgo de mercado. Mientras que, en el mercado de renta variable no se tiene pre-establecido los rendimientos de los títulos porque estos reflejan la incertidumbre asociada a los hechos que afectan la economía del país y la estabilidad de las empresas emisoras, situación que hace que este mercado sea de alto riesgo.

Por otro lado, los fondos de inversión colectiva (FIC'S) son un mecanismo que permite al inversionista protegerse de posibles pérdidas al contar con un principio de diversificación que

supone la inversión colectiva en una canasta compuesta por instrumentos que varían de mercado, sector y país, entre otros aspectos relacionados con el perfil de riesgo que la caracteriza. Esta condición hace que el mercado de liquidez no sea tan volátil y tienda a ser estable por la diversificación incorporada. Por el contrario, está el mercado de derivados que son instrumentos cuyo valor depende del comportamiento de un activo de referencia, generalmente conocido como subyacente, y el cual puede ser una acción, un bono, un índice o cualquier otro activo perteneciente a alguno de los mercados. Esta dependencia sumada al apalancamiento con el que cuentan estos instrumentos (al permitirle al inversionista transar grandes capitales con una baja inversión), implican un alto grado de volatilidad traducido en fluctuaciones acentuadas que hacen que este mercado sea considerado potencialmente riesgoso.

Dadas las condiciones de operación particulares de cada mercado, un portafolio adecuado para un perfil de riesgo conservador estará concentrado, en su mayoría, en instrumentos de renta fija (75%-80%), un poco en instrumentos de renta variable (10-15%) y el capital restante en otro tipo de instrumentos de los mercados de liquidez y derivados (5-10%), en nuestro caso (Rey, n.d). De igual manera, el alto grado de aversión al riesgo que caracteriza a este perfil, fue un determinante para elegir un valor  $\lambda$  de 0.8, este valor hace que en la función objetivo sea más importante disminuir el riesgo asumido que incrementar la rentabilidad obtenida.

Con el propósito de cumplir con el principio de diversificación se establece un rango de inversión para cada instrumento de 0% a 30%, este parámetro evita que el portafolio sugerido por el algoritmo se concentre en un único activo o en un grupo pequeño de estos. Bajo este mismo principio de diversificación se establece el número de activos permitidos en el portafolio (K), tomando como referencia el artículo de Chang, Yang, & Chang (2009) quienes varían ascendentemente este parámetro de 10 a 90, encontrando que para mayores valores de K la curva que relaciona el rendimiento obtenido con el riesgo asumido se hace más pequeña y el tiempo computacional se incrementa, de igual forma, concluyen que los inversionistas no deberían considerar valores de K que estén por encima de un tercio de sus activos totales ya que estos estarán dominados por aquellos valores menores de K, al realizar la comparación. A partir de los hallazgos realizados por estos autores y considerando el número total de activos disponibles para

la implementación del algoritmo, se determina para el presente trabajo un parámetro K igual a 20 activos permitidos en el portafolio.

Definidos los parámetros del modelo de optimización, se procede a establecer los diferentes parámetros propios del algoritmo genético; con el propósito de precisar aquellos que favorezcan el desarrollo del algoritmo, se revisó y comparo los parámetros empleados en los artículos estudiados en el estado del arte y se determinaron para el presente trabajo los siguientes valores:

<b>Número de iteraciones</b>	5000
<b>Tamaño de la población inicial</b>	100
<b>Tasa de cruzamiento</b>	0.9
<b>Tasa de mutación</b>	0.07
<b>Puntos de cruzamiento</b>	3
<b>Puntos de mutación</b>	2
<b>Número de candidatos a ser padres en la selección por torneo</b>	2
<b>Criterio de parada</b>	100 iteraciones sin cambios en la incumbente
<b>Número de repeticiones</b>	60

Tabla 7. Parámetros del algoritmo genético. Elaboración propia.

(Lin & Liu, 2008) al igual que (Gupta, Mehlawat, & Mittal, 2012) emplean para su estudio experimental un número de iteraciones igual a 5000. Al tiempo que, estos últimos definen una población inicial de 100 individuos como lo hacen (Chang, Yang, & Chang, 2009) y (Moral-Escudero, R; Ruiz-Torrubiano, R.; Suarez, 2006), en sus artículos. Por otra parte, la tasa de cruzamiento se definió de acuerdo con los autores (Zhang, Chen, & Wang, 2006), (Anagnostopoulos & Mamanis, 2011) y (Rankovic, Drenovak, Stojanovic, Kalinic, & Arsovski, 2014) quienes emplan un valor igual a 0.9 y la tasa de mutación se estableció en un valor de 0.07 en relación a lo expuesto por los autores (Gupta et al., 2012).

Para el cruzamiento y mutación multipunto se determinó de forma autónoma 3 puntos de cruzamiento y conforme a los autores (Rankovic et al., 2014), 2 puntos de mutación. En cuanto

a la selección por torneo, se observó que en algunos de los artículos se determinaron 2 candidatos a ser padres, de esta manera los autores (Chang et al., 2009), (Anagnostopoulos & Mamanis, 2011) y (Moral-Escudero, R; Ruiz-Torrubiano, R. ; Suarez, 2006), son tomados como referencia para establecer este parametro.

La ejecución del algoritmo se detendrá cuando se cumpla la condición de que durante 100 iteraciones consecutivas no se obtengan cambios en la incumbente, es decir no se encuentren mejores resultados con respecto a la función de adaptación.

El experimento se repitió 60 veces a fin de encontrar y comparar los portafolios incumbentes de cada conjunto de 5000 iteraciones, por medio de su función de adaptación, riesgo, rentabilidad y tiempo computacional.

## CODIFICACIÓN

La codificación empleada para representar las variables de decisión en el lenguaje de programación utilizado es de tipo mixta, donde el primer vector representa una variable binaria que toma el valor de 1 si el respectivo activo es seleccionado dentro del portafolio y 0 en caso contrario, el segundo vector, por su parte, representa una variable real que hace referencia al porcentaje de inversión en cada activo incluido previamente en el portafolio.

Cada gen del cromosoma representa un activo y cada sección del mismo hace referencia a un mercado determinado, como se ejemplifica a continuación:

1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
0.27	0.38	0	0.05	0	0.08	0	0	0.12	0	0.1	0

Renta Fija			Renta Variable			Liquidez			Dervizados		
------------	--	--	----------------	--	--	----------	--	--	------------	--	--

Figura 21. Codificación de las variables de decisión. Elaboración propia

## **CAPÍTULO VI: SET INICIAL DE DATOS**

La construcción del set inicial de datos presenta dificultades por el bajo dinamismo del mercado de capitales colombiano, traducido en carentes datos de negociación para una gran cantidad de activos que lo conforman. Esta condición representa un problema debido a que el modelo seleccionado requiere del cálculo de la covarianza entre los rendimientos de los activos para la cuantificación del riesgo y ésta, a su vez, necesita de una matriz cuadrada de datos para ser hallada, lo que implica la necesidad de acudir a una preselección de los activos más líquidos como primera medida y a un proceso de completar la información faltante por medio de metodologías estadísticas tradicionales, en segunda instancia. De esta forma, se logra que el número de datos históricos de todos los activos seleccionados sean equivalentes al espacio temporal establecido para la investigación.

Gracias a los convenios existentes entre la Bolsa de Valores de Colombia y el Laboratorio Financiero como punto BVC, fue posible la solicitud formal de la información histórica correspondiente a los precios y tasas de todos los instrumentos de inversión pertenecientes a los mercados de renta fija y renta variable en Colombia.

Por otro lado, el acceso a la información histórica de los mercados de derivados y liquidez se realizó a través de búsquedas independientes en la página web institucional del Banco de la Republica y de la Asociación de Fiduciarias de Colombia, respectivamente.

La información histórica necesaria para construir el set inicial de datos se estableció para un marco de tiempo que comprende los días bursátiles a partir del 01 de Enero de 2016 hasta el 31 de Agosto de 2017. Con esta información se hizo una preselección de los instrumentos con mayor número de datos posibles, favoreciendo aquellos más líquidos y eliminando los que presentaban una gran cantidad de datos faltantes. Lo anterior, con el propósito de que el algoritmo funcionara adecuadamente y respondiera al perfil de inversión establecido. En consecuencia, para completar los datos faltantes de los instrumentos preseleccionados se hizo uso de una macro en Excel desarrollada por el director y coautor del presente trabajo, el ingeniero Juan Sebastián Arias. Esta macro recorre cada uno de los datos categorizándolos en

días hábiles de operación y días no bursátiles, al tiempo que, identifica las celdas que no tienen información sobre el precio o la tasa del instrumento, aun perteneciendo a un día hábil de negociación. Finalmente, se utiliza la información aportada por la macro y se emplean metodologías estadísticas tradicionales para completar la matriz de datos, obteniendo una selección definitiva de 64 instrumentos: 19 del mercado de renta fija, 28 del mercado de renta variable, 14 del mercado de liquidez y 3 del mercado de derivados, sobre los cuales se calculan los rendimientos continuos que servirán como insumo para ejecutar el algoritmo.

## CAPÍTULO VII: IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO GENETICO

El algoritmo genético fue diseñado en el software libre R, a través de la utilización de funciones y comandos fue posible traducir el problema de investigación, en un lenguaje de programación estructurado y general, de forma tal que resulte funcional con cualquier matriz de datos inicial ingresada y flexible frente a los cambios en las variables de entrada. Todos los códigos elaborados para el estudio se encuentran recopilados en el [ANEXO2 Códigos](#)

Para implementar el modelo establecido, se programó la función objetivo en R, tomando como insumo la matriz de rendimientos o set de datos inicial, teniendo en cuenta que el algoritmo genético permite infactibilidades, se penalizó esta función objetivo de acuerdo con el proceso descrito en el apartado de algoritmos genéticos presentados en el marco teórico del capítulo II, con un valor constante de 0.4, otorgándole el mismo grado de importancia a todas las restricciones determinadas en el modelo de optimización.

Por otro lado, se programaron diferentes Scripts con los operadores genéticos seleccionados para la investigación. Sin embargo, debido al tipo de codificación implementado para este trabajo fue necesario realizar algunas modificaciones o adaptaciones a todos los operadores, de modo que pudieran funcionar de manera adecuada tanto para el vector binario de decisión como para el vector real de proporciones.

El principal ajuste que se realizó está relacionado con el problema que se genera al aplicar los diferentes operadores genéticos sobre la codificación real, ya que en la mayoría de ocasiones la sumatoria de los porcentajes de inversión en los activos no es equivalente al 100% del capital disponible, por lo cual se estaría violando la quinta restricción del modelo. Para evitar este problema es necesario ajustar los valores presentes en cada gen, pero garantizando que se conserve la proporcionalidad de los mismos; para asegurar esto, el vector real debe someterse constantemente a un proceso denominado **Normalización**, donde cada activo debe ser modificado a través de la siguiente expresión matemática (Lin & Liu, 2008):

$$W'_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (12)$$



De esta manera, el funcionamiento de los diferentes operadores del algoritmo adaptados a la doble codificación del presente estudio se muestra a continuación:

**Cruzamiento en un punto:** Este cruzamiento se realiza de igual manera para ambos vectores, sin embargo, al final del proceso de cruce es necesario normalizar los vectores reales para asegurar que la sumatoria sea igual al 100%, como se muestra en la siguiente gráfica.

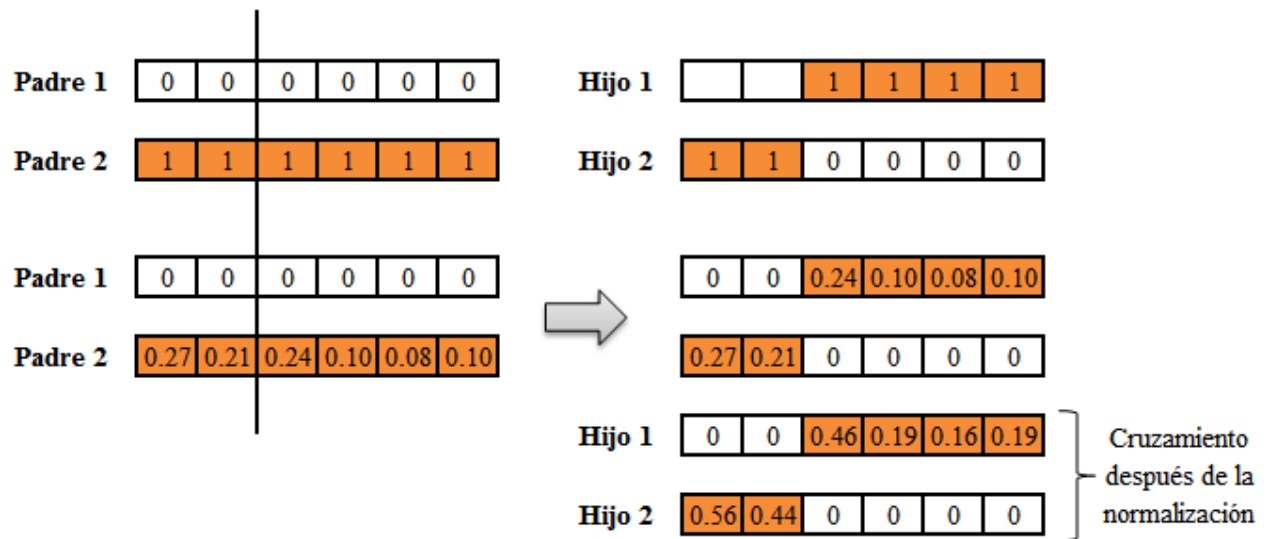


Figura 22. Cruzamiento en un punto para codificación mixta. Elaboración propia.

Este procedimiento funciona de igual manera para el **cruzamiento multipunto**. El procedimiento para llevar a cabo el **cruzamiento uniforme** también sigue el mismo proceso para el vector real, como se muestra en la siguiente imagen:

Mascara de cruce: [1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0]



Figura 23. Cruzamiento uniforme para codificación mixta. Elaboración propia.

**Cruzamiento aritmético completo:** Este operador genera un inconveniente importante en la coherencia del vector binario con su homólogo real, ya que al realizarse el cruzamiento puede ocurrir que un activo no incluido en el portafolio obtenga un valor mayor a cero en la proporción de inversión. Es por esto que para guardar la relación entre ambas variables del problema bajo estudio, de tal manera que un activo no incluido en el portafolio siempre tenga asociada una proporción de inversión igual a cero, se valida el porcentaje con la asignación del activo en el portafolio y se relaciona el resultado obtenido; esto se logra multiplicando el cromosoma real obtenido por su homólogo binario y finalmente se normaliza, dicho vector binario puede ser hallado usando cualquiera de los tres operadores de cruzamiento descritos anteriormente, para efectos del presente trabajo siempre se generará con cruzamiento en un punto.

Para ilustrar mejor la adaptación realizada para este operador, se presenta el siguiente ejemplo donde los vectores binarios son cruzados con el operador de cruzamiento en un punto.

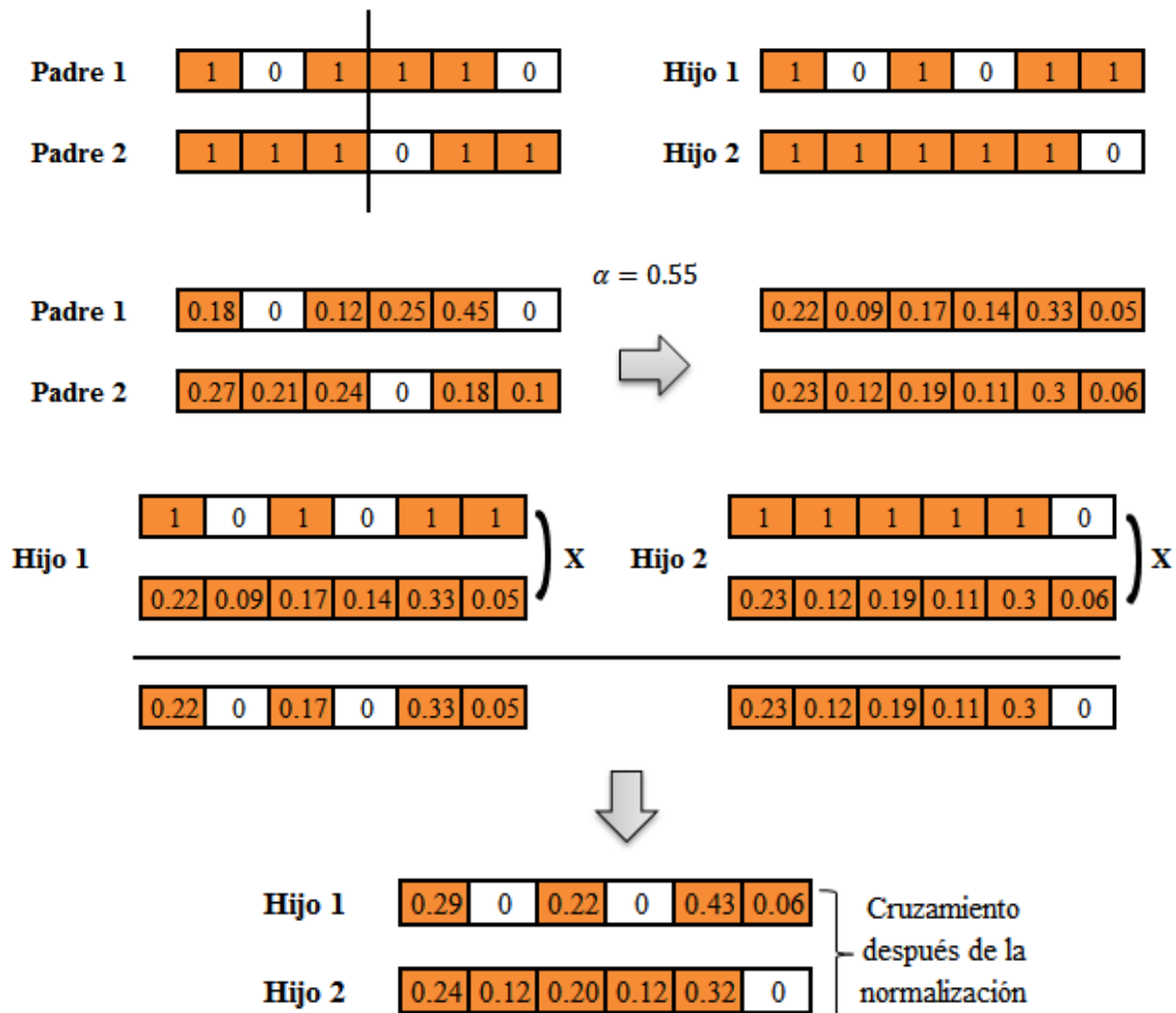


Figura 24. Cruzamiento aritmético completo para codificación mixta. Elaboración propia.

**Mutación en un punto:** En este operador, el vector binario será mutado seleccionando un gen de manera aleatoria el cual será permutado de 0 a 1 o viceversa según sea su estado inicial. Para el vector real se procede diferente dependiendo del valor tomado en su homólogo binario, de esta manera, si la mutación binaria arroja un 1 para el gen seleccionado, en su correspondiente valor real se generará un número aleatorio entre 0 y 1, y luego se normalizará nuevamente todo el cromosoma para asegurar que su sumatoria sea igual a 1; por lo contrario, si la mutación binaria arroja un 0, el cromosoma real también tomara el valor de cero y posteriormente se vuelve a normalizar todo el cromosoma. A continuación se ilustra el funcionamiento de este operador en ambos casos

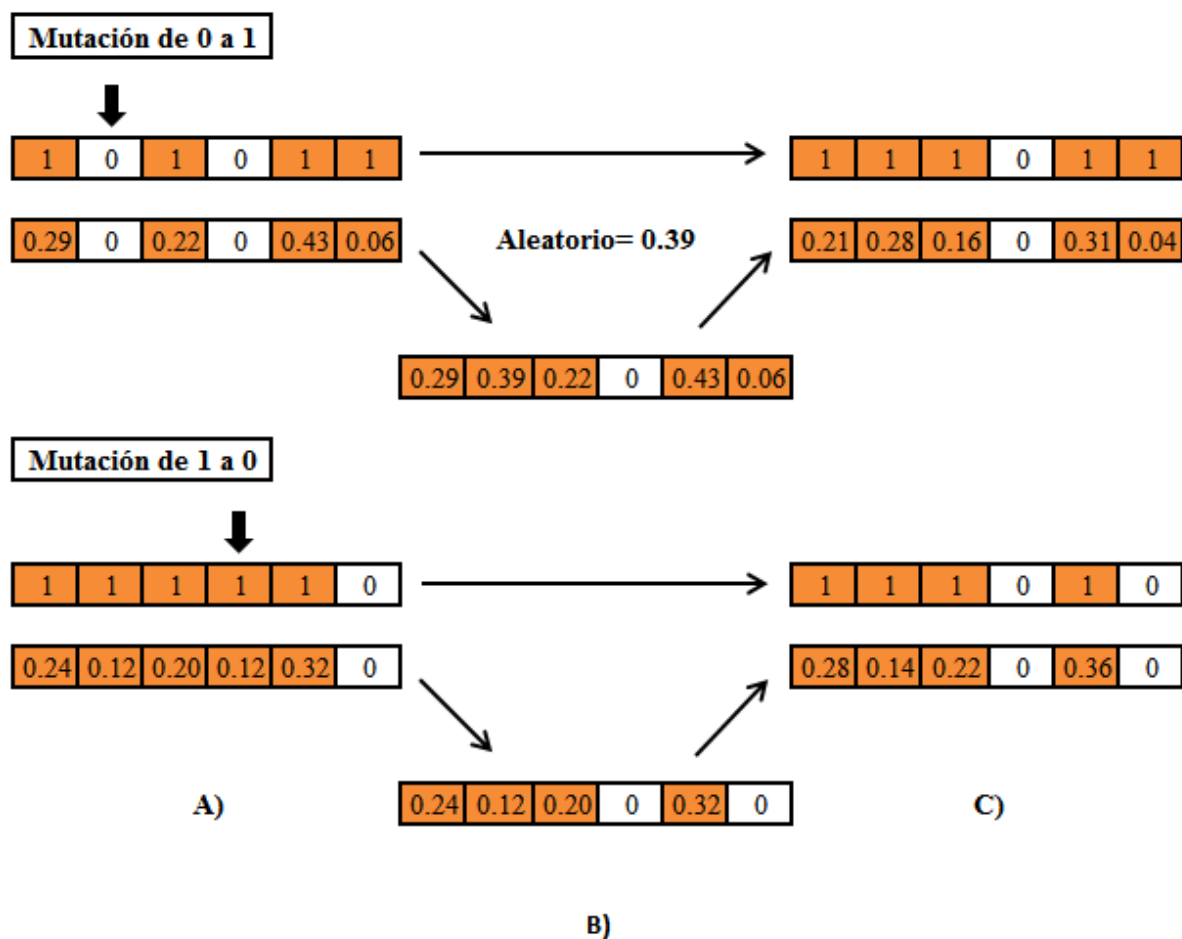


Figura 25. Mutación en un punto para codificación mixta. Elaboración propia.

Las gráficas (A) representa la condición inicial de los hijos en su cromosoma binario y real, las gráficas (B) muestran la mutación parcial del vector real, finalmente, las gráficas (C) ilustran la condición final de mutación una vez se realiza la normalización del vector de proporciones.

La **mutación multipunto** sigue la misma lógica de operación que este operador.

### Mutación real

Al igual que el operador de cruzamiento aritmético completo, la mutación real puede generar errores de coherencia entre el vector real y binario puesto que puede asignar una proporción a un activo no incluido en el portafolio. Para evitar esta situación, el algoritmo es programado de tal

manera que después de realizar la mutación real, el vector resultante sea multiplicado por su homólogo binario y posteriormente normalizado.

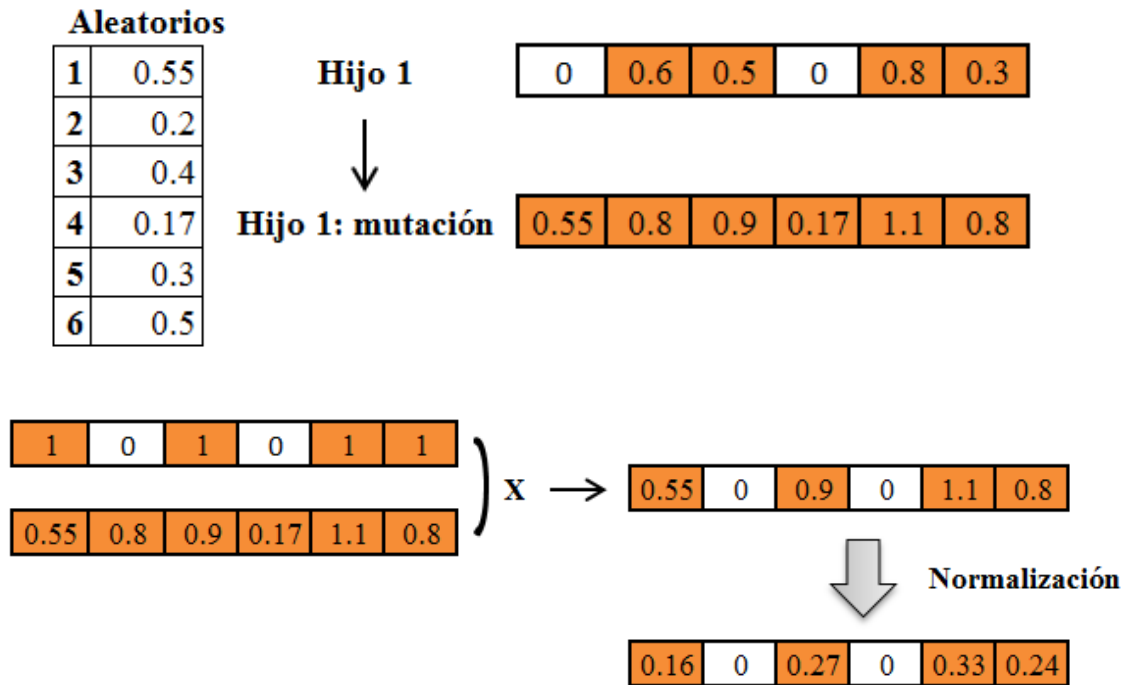


Figura 26. Mutación real para codificación mixta. Elaboración propia.

Una vez adaptados todos los operadores al problema de estudio, las configuraciones del algoritmo seleccionadas para evaluar su desempeño se muestran en las siguientes tablas.

No.	OPERADOR		
	SELECCIÓN	CRUZAMIENTO	MUTACIÓN
1	Torneo Versión 1	un punto	un punto
2	Torneo Versión 1	un punto	multipunto
3	Torneo Versión 1	un punto	real
4	Torneo Versión 1	multipunto	un punto
5	Torneo Versión 1	multipunto	multipunto
6	Torneo Versión 1	multipunto	real
7	Torneo Versión 1	Uniforme	un punto

8	Torneo Versión 1	Uniforme	multipunto
9	Torneo Versión 1	Uniforme	real
10	Torneo Versión 1	Aritmético completo	un punto
11	Torneo Versión 1	Aritmético completo	multipunto
12	Torneo Versión 1	Aritmético completo	real
13	Torneo Versión 2	un punto	un punto
14	Torneo Versión 2	un punto	multipunto
15	Torneo Versión 2	un punto	real
16	Torneo Versión 2	multipunto	un punto
17	Torneo Versión 2	multipunto	multipunto
18	Torneo Versión 2	multipunto	real
19	Torneo Versión 2	Uniforme	un punto
20	Torneo Versión 2	Uniforme	multipunto
21	Torneo Versión 2	Uniforme	real
22	Torneo Versión 2	Aritmético completo	un punto
23	Torneo Versión 2	Aritmético completo	multipunto
24	Torneo Versión 2	Aritmético completo	real
25	Ruleta	un punto	un punto
26	Ruleta	un punto	multipunto
27	Ruleta	un punto	real
28	Ruleta	multipunto	un punto
29	Ruleta	multipunto	multipunto
30	Ruleta	multipunto	real
31	Ruleta	Uniforme	un punto
32	Ruleta	Uniforme	multipunto
33	Ruleta	Uniforme	real
34	Ruleta	Aritmético completo	un punto
35	Ruleta	Aritmético completo	multipunto
36	Ruleta	Aritmético completo	real
37	Rango	un punto	un punto

38	Rango	un punto	multipunto
39	Rango	un punto	real
40	Rango	multipunto	un punto
41	Rango	multipunto	multipunto
42	Rango	multipunto	real
43	Rango	Uniforme	un punto
44	Rango	Uniforme	multipunto
45	Rango	Uniforme	real
46	Rango	Aritmético completo	un punto
47	Rango	Aritmético completo	multipunto
48	Rango	Aritmético completo	real

Tabla 8. Configuraciones para el algoritmo genético simple

No.	OPERADOR		
	SELECCIÓN	CRUZAMIENTO	MUTACIÓN
1	Torneo Versión 2	un punto	un punto
2	Torneo Versión 2	un punto	multipunto
3	Torneo Versión 2	un punto	real
4	Torneo Versión 2	multipunto	un punto
5	Torneo Versión 2	multipunto	multipunto
6	Torneo Versión 2	multipunto	real
7	Torneo Versión 2	Uniforme	un punto
8	Torneo Versión 2	Uniforme	multipunto
9	Torneo Versión 2	Uniforme	real
10	Torneo Versión 2	Aritmético completo	un punto
11	Torneo Versión 2	Aritmético completo	multipunto
12	Torneo Versión 2	Aritmético completo	real
13	Ruleta	un punto	un punto
14	Ruleta	un punto	multipunto

15	Ruleta	un punto	real
16	Ruleta	multipunto	un punto
17	Ruleta	multipunto	multipunto
18	Ruleta	multipunto	real
19	Ruleta	Uniforme	un punto
20	Ruleta	Uniforme	multipunto
21	Ruleta	Uniforme	real
22	Ruleta	Aritmético completo	un punto
23	Ruleta	Aritmético completo	multipunto
24	Ruleta	Aritmético completo	real
25	Rango	un punto	un punto
26	Rango	un punto	multipunto
27	Rango	un punto	real
28	Rango	multipunto	un punto
29	Rango	multipunto	multipunto
30	Rango	multipunto	real
31	Rango	Uniforme	un punto
32	Rango	Uniforme	multipunto
33	Rango	Uniforme	real
34	Rango	Aritmético completo	un punto
35	Rango	Aritmético completo	multipunto
36	Rango	Aritmético completo	real

Tabla 9. Configuraciones para el algoritmo modificado de Chu-beasly

Como se muestra en las tablas, el algoritmo genético simple será evaluado con 48 configuraciones diferentes, mientras que el algoritmo modificado de Chu-beasly se evaluará con 36 configuraciones. La diferencia entre ambos tipos de algoritmos radica en que el operador de selección por torneo versión 1 está diseñado para generar una descendencia de igual tamaño que la población inicial, pero el algoritmo modificado de Chu-beasly solo permite un descendiente en



cada iteración, por lo cual este operador no será evaluado en este tipo de algoritmo. En este orden de ideas, el desempeño del algoritmo será evaluado con un total de 84 configuraciones donde varían tanto sus operadores como la forma de actualización de la población en el algoritmo.

Una vez definidas las configuraciones, se corrieron las 60 repeticiones y se realizaron pruebas de escritorio en Excel para determinar la validez en el comportamiento del algoritmo programado, encontrando que éste tiende a cumplir con las restricciones planteadas para el modelo y las características que definen un portafolio conservador diversificado.

Finalmente, se realizaron diagramas de flujo en Microsoft Visio 2010, con el propósito de esquematizar la secuencia de las operaciones en la aplicación de los diferentes operadores genéticos. Es importante aclarar que estos diagramas se elaboraron para el caso del algoritmo genético simple, haciendo la salvedad de que funciona de igual manera para el algoritmo modificado de chu-beasley en donde la única diferencia que éste tiene es la conformación de una única pareja por iteración. Los diagramas elaborados se relacionan en el [ANEXO3 Diagramas de flujo.docx](#)

## CAPÍTULO VIII: EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

### ANÁLISIS DESCRIPTIVO

Los algoritmos genéticos se ejecutaron en un computador de 64 bits con sistema operativo Ubuntu 14.04, procesador Intel Core i7 2.20 GHz\*8 y 5.7 GB de memoria interna. Se realizaron 60 repeticiones para cada una de las configuraciones establecidas a partir de las cuales fue posible estimar los valores promedio para las siguientes variables: Rendimiento, Riesgo, Función Objetivo y Tiempo Computacional. Estas variables fueron la base de comparación para evaluar, por medio de pruebas de hipótesis, la diferencia de medias entre el grupo de las 5 configuraciones que presentaron los mejores resultados. Para identificar este grupo se realizaron las siguientes gráficas de dispersión de los promedios de cada variable, donde los puntos azules representan las configuraciones para el algoritmo genético simple y los puntos rojos para el algoritmo modificado de Chu-beasley.

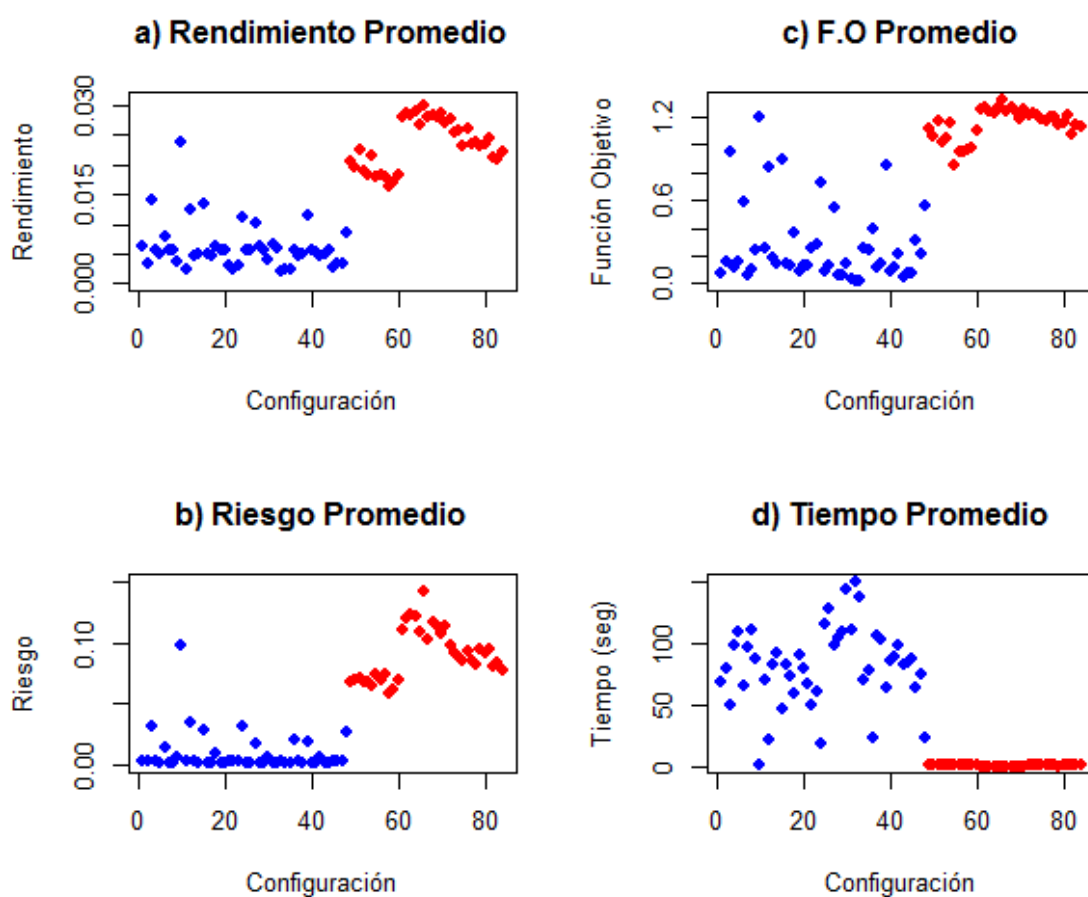


Figura 27. Gráficos de dispersión para las variables de estudio

Como se puede observar en las gráficas, el algoritmo modificado de Chu-beasly encuentra portafolios con mejores rendimientos que los obtenidos por el algoritmo genético simple. Sin embargo, dado que el parámetro  $\lambda$  fue fijado en 0.8, el objetivo principal del modelo es minimizar el riesgo de la inversión, por lo que el algoritmo genético simple es mejor que el de Chu-beasly al presentar mejores desempeños en esta variable.

Como se puede observar en las gráficas, el algoritmo modificado de Chu-beasly encuentra portafolios con mejores rendimientos que los obtenidos por el algoritmo genético simple. Sin embargo, los niveles de riesgo de estos portafolios son más altos, presentando un desempeño inferior para esta variable. Además del análisis independiente de estas variables, a través de la función objetivo es posible evaluar su relación mediante el uso del coeficiente de aversión al riesgo, el cual fue fijado para el caso de estudio en  $\lambda = 0.8$ , dándole así mayor importancia al nivel de riesgo que a los rendimientos generados. De esta manera, en la gráfica se evidencia que el algoritmo genético simple encuentra mejores soluciones para el modelo de portafolio propuesto.

Finalmente, la última gráfica asociada al tiempo computacional, muestra que el algoritmo modificado de Chu-beasly presenta un desempeño computacional significativamente superior al del AG simple, debido a que su estructura de operación es menos compleja al aplicar los operadores en una única pareja por iteración.

Partiendo del análisis gráfico, se logró identificar las 5 configuraciones que generan los mejores resultados para cada variable, las cuales son:

<b>Rendimiento</b>	AGC14	AGC16	AGC18	AGC20	AGC22
<b>Riesgo</b>	AGS29	AGS31	AGS32	AGS43	AGS44
<b>Función objetivo</b>	AGS29	AGS31	AGS32	AGS33	AGS43
<b>Tiempo computacional</b>	AGC14	AGC18	AGC19	AGC20	AGC23

Tabla 10. Grupo de las mejores configuraciones por variable

Siendo AGC Algoritmo Genético de Chu-beasley y AGS Algoritmo Genético Simple (Ver tablas 7 y 8) se puede observar que las variables Rendimiento y Tiempo computacional comparten 3 configuraciones, donde el AGC18 fue el algoritmo que arrojó el máximo rendimiento (0,03%) en el menor tiempo computacional (0,1673 segundos). Por su parte, las variables Riesgo y Función Objetivo tienen en común 4 de sus 5 mejores configuraciones, donde el menor valor promedio para la variable riesgo (0,0023%) fue alcanzado por las configuraciones AGS31, AGS32, AGS43 y AGS44. Sin embargo, el algoritmo que minimizó la función objetivo (0,0158%) fue AGS33; pues a pesar de que no presentó los mejores resultados para el rendimiento y el riesgo, su nivel de cumplimiento de las restricciones permitió que la función objetivo no se viera tan afectada por penalizaciones como fue el caso de las otras configuraciones con mejor desempeño en estas dos variables pero con mayor grado de infactibilidad.

Los valores promedio de cada variable, obtenidos por las mejores configuraciones, se presentan en las siguientes gráficas:

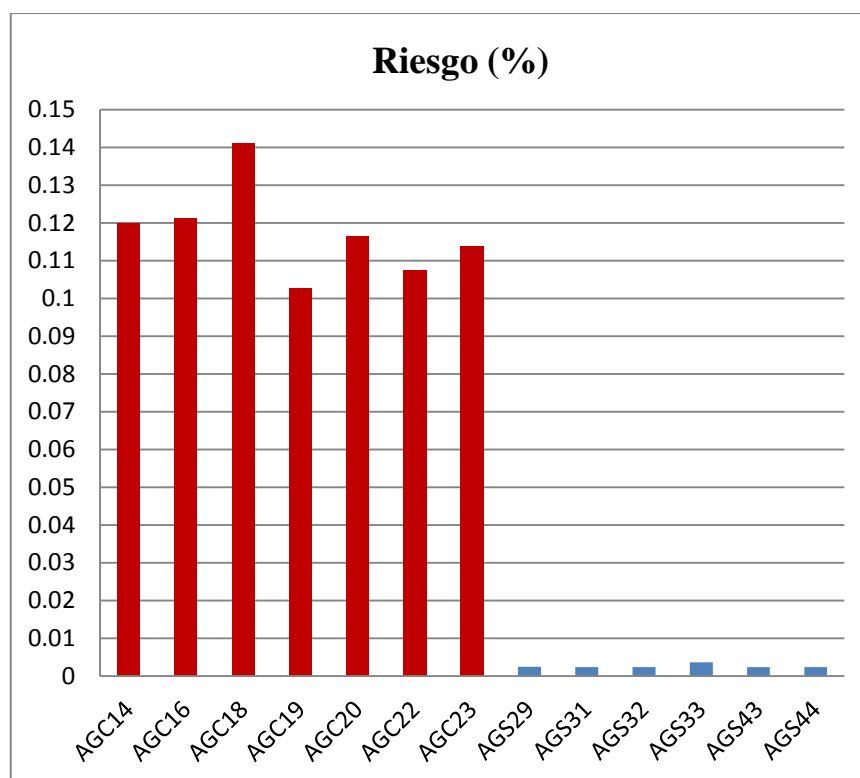


Figura 28. Resultados promedio de la variable riesgo.

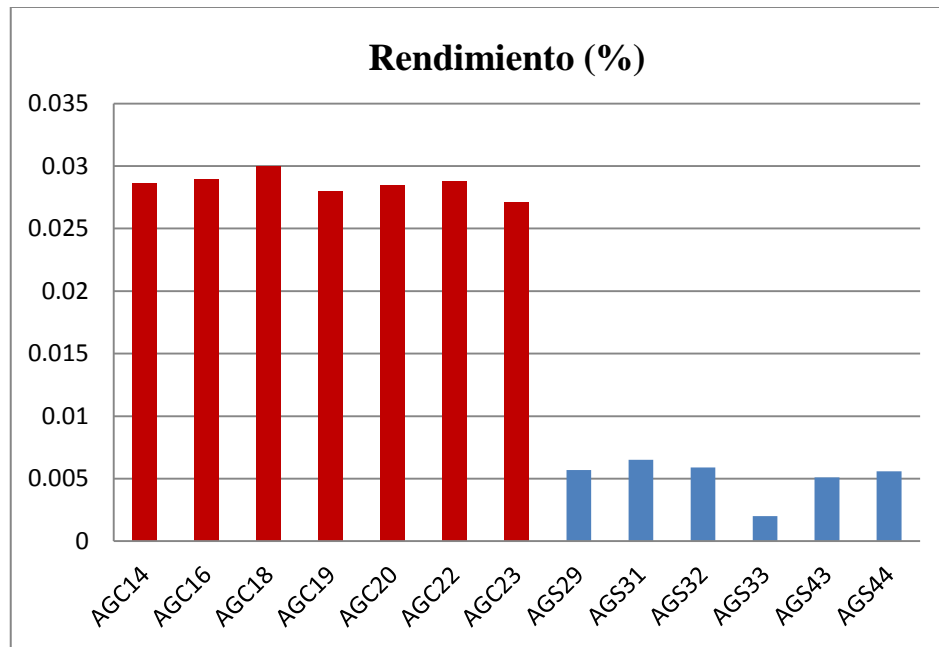


Figura 29. Resultados promedio de la variable rendimiento.

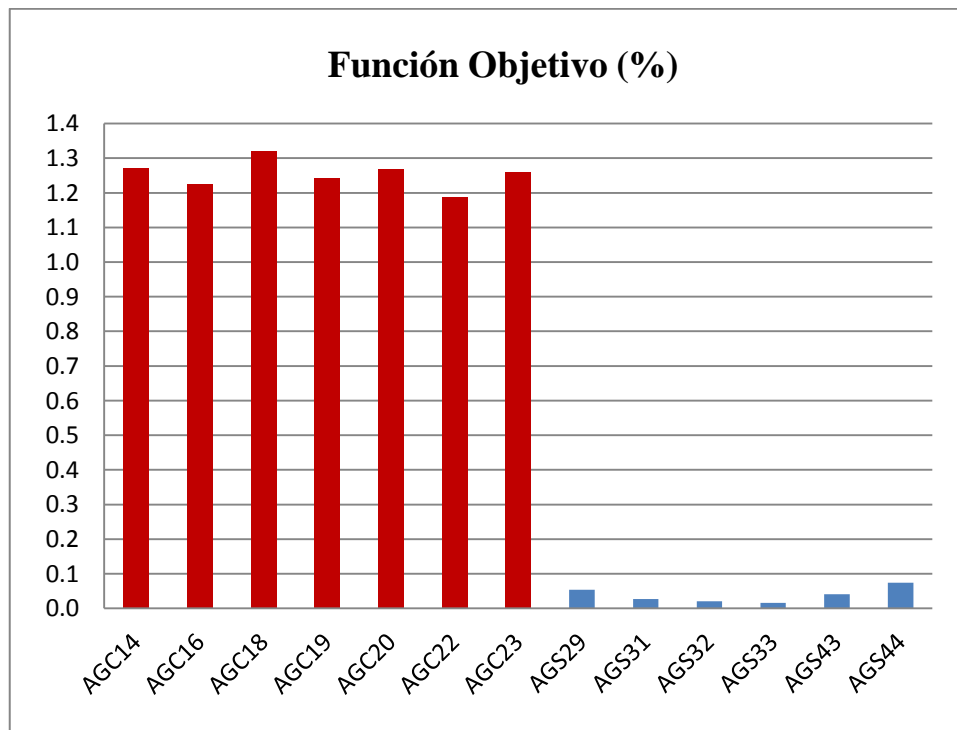


Figura 30. Resultados promedio de la variable función objetivo.

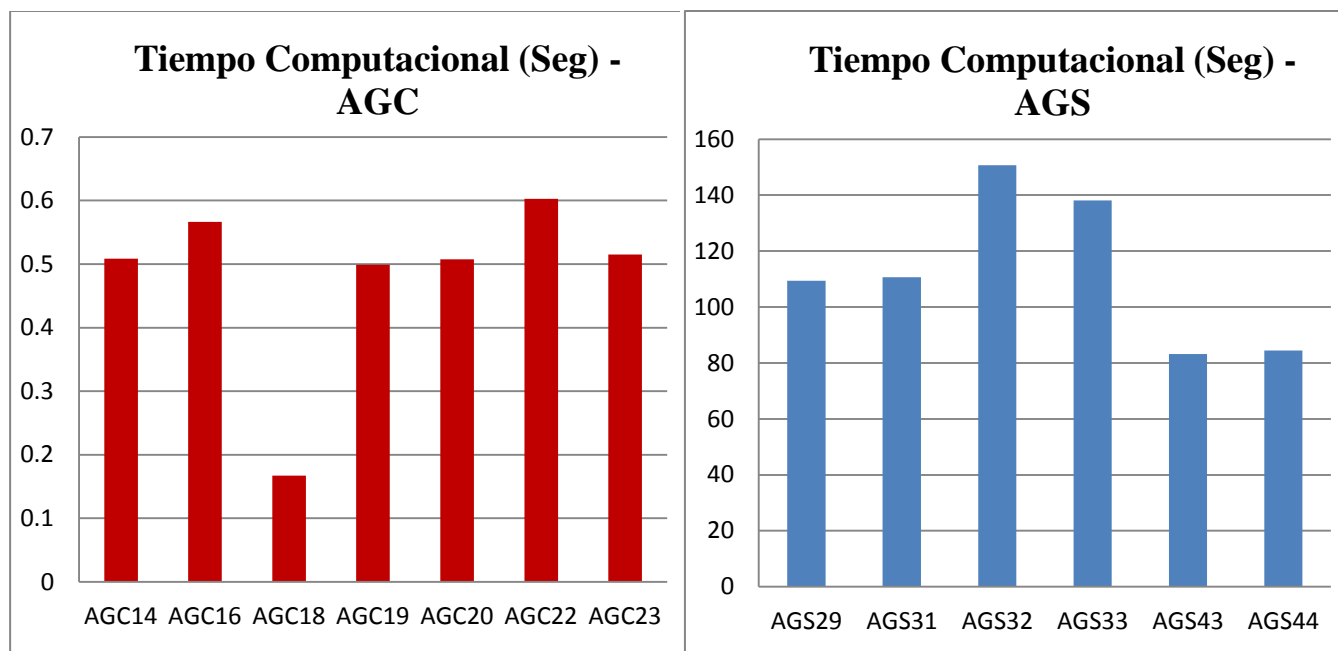


Figura 31. Resultados promedio de la variable tiempo computacional.

Adicionalmente, se analizó para cada configuración el porcentaje de incumplimiento de las restricciones del modelo en las 60 repeticiones realizadas, obteniendo los resultados que se muestran a continuación:

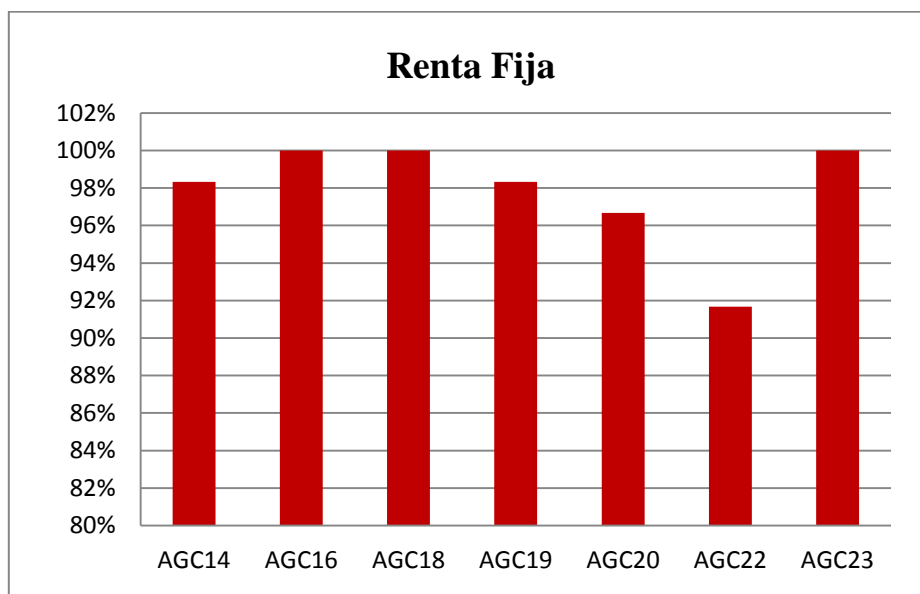


Figura 32. Porcentaje de incumplimiento de la restricción de renta fija.

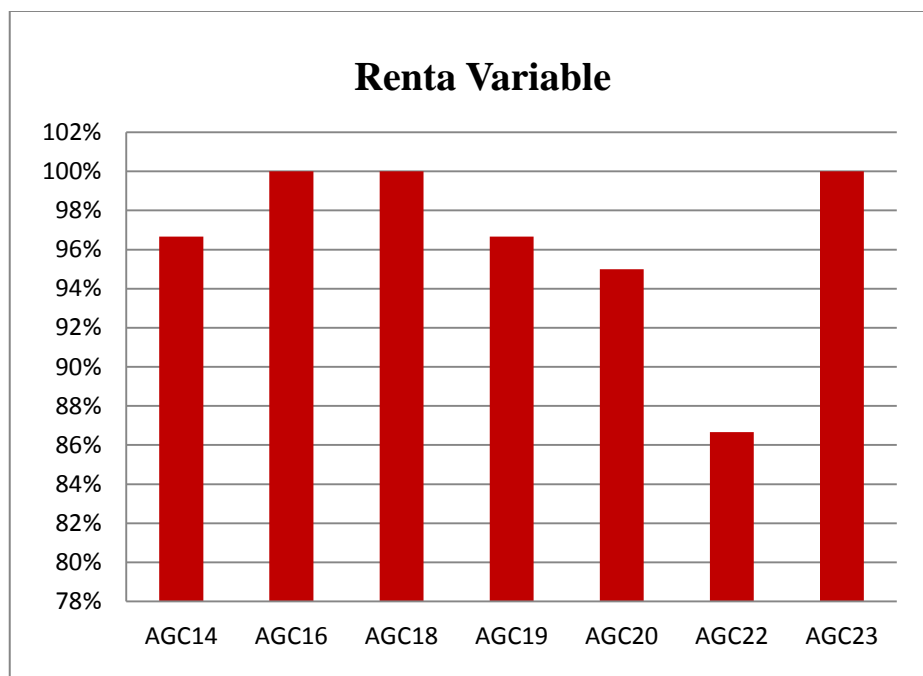


Figura 33. Porcentaje de incumplimiento de la restricción de renta variable

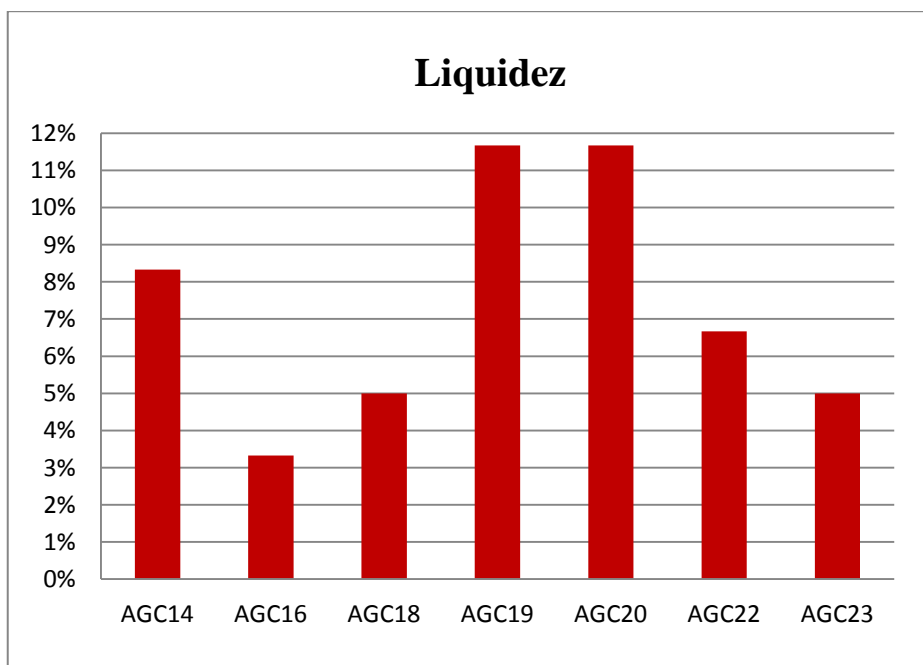


Figura 34. Porcentaje de incumplimiento de la restricción de liquidez.

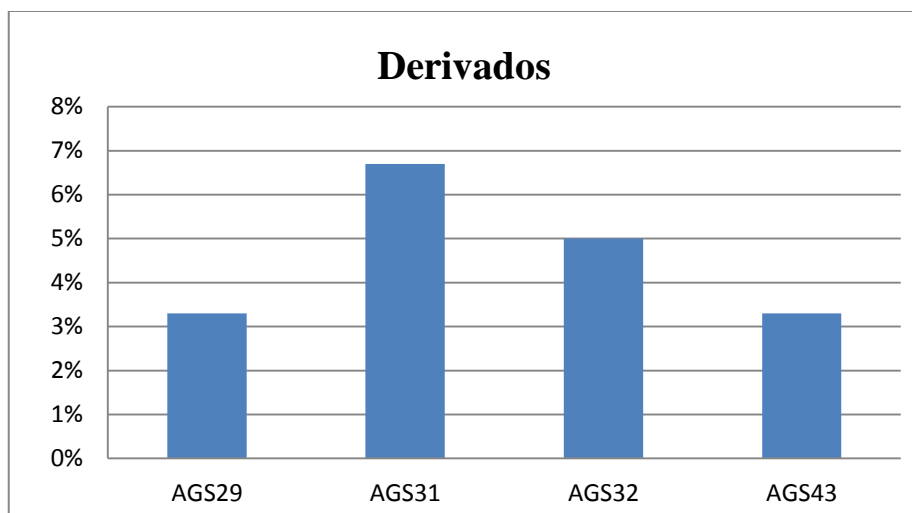


Figura 35. Porcentaje de incumplimiento de la restricción de derivados

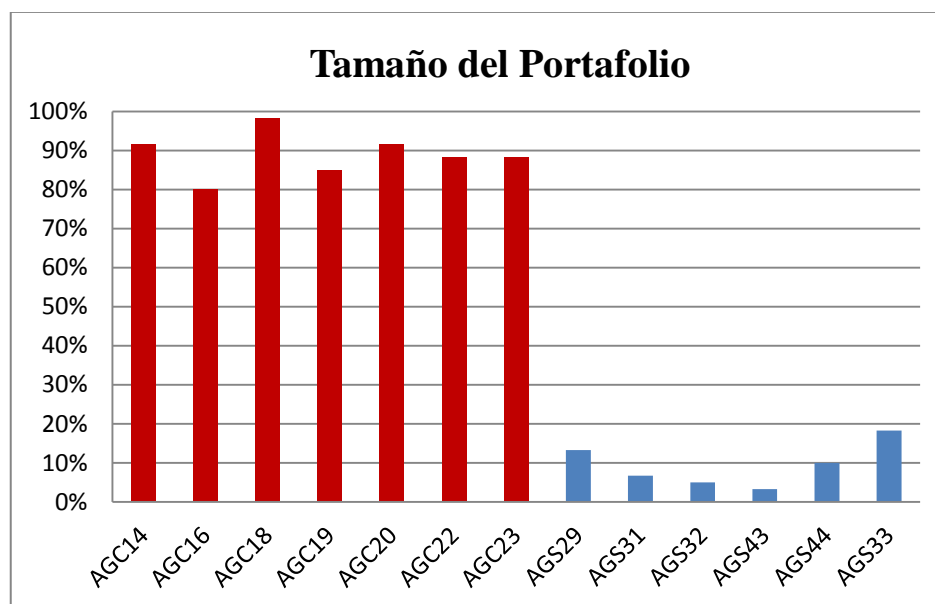


Figura 36. Porcentaje de incumplimiento de la restricción asociada al tamaño del portafolio

En las gráficas anteriores se puede evidenciar que del total de repeticiones, los AGC presentan un mayor porcentaje de incumplimiento de las restricciones frente a los AGS. Particularmente los AGC16, AGC18 y AGC23 incumplieron la restricción del porcentaje de inversión en renta fija y renta variable en todas las repeticiones. Por otro lado, los AGS cumplieron, en todos los casos, las restricciones planteadas para la inversión en renta fija, renta variable, liquidez y porcentaje de inversión permitido por activo; para esta última restricción no se presenta gráfica



ya que fue incumplida en un 3,33%, únicamente, por el algoritmo AGC22. Finalmente, se observó que la restricción del tamaño del portafolio fue infringida por todas las configuraciones en al menos 2 de las 60 repeticiones.

En cuanto a los operadores genéticos que conforman la estructura de los algoritmos relacionados en la tabla 9 y que permitieron obtener los mejores resultados para las variables estudiadas, se presenta a continuación un análisis de frecuencias de su aplicación en el total de las mejores configuraciones halladas por variable.

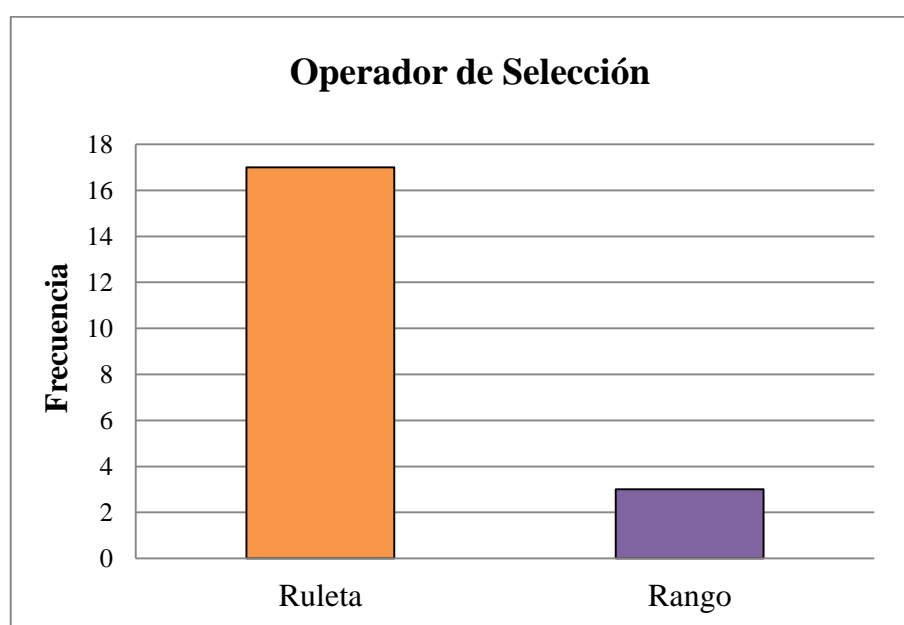


Figura 28. Operadores de selección más empleados por las mejores configuraciones

El operador de selección más empleado fue el de ruleta con una frecuencia de 17 resultados, seguido por el operador de selección por rango con una frecuencia de 3 resultados en el caso de los algoritmos AGS 44 Y AGS 43, siendo este último uno de los mejores algoritmos para dos de las variables estudiadas..

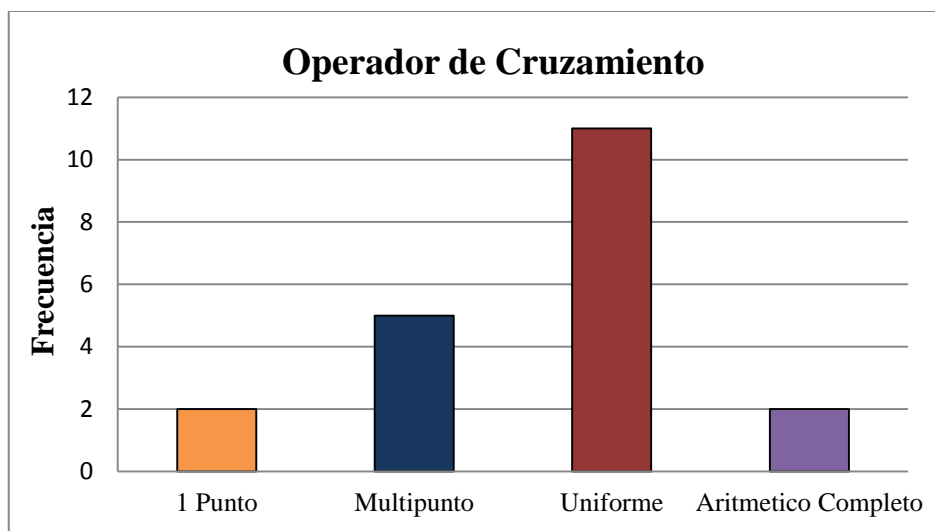


Figura 29. Operadores de cruzamiento más empleados por las mejores configuraciones

Las configuraciones encontradas para las variables, emplearon todos los operadores de cruzamiento presentes en esta investigación, sin embargo, el operador con mayor frecuencia fue el cruzamiento Uniforme con 11 resultados a favor. El cruzamiento en un punto se presentó únicamente por el AGC14 (elegido por dos variables) y el cruzamiento aritmético completo se presentó para las configuraciones AGC22 y AGC23.

Para el operador de mutación también se presentaron todos los tipos de operadores propuestos, teniendo una mayor frecuencia la mutación Multipunto, como se muestra a continuación.

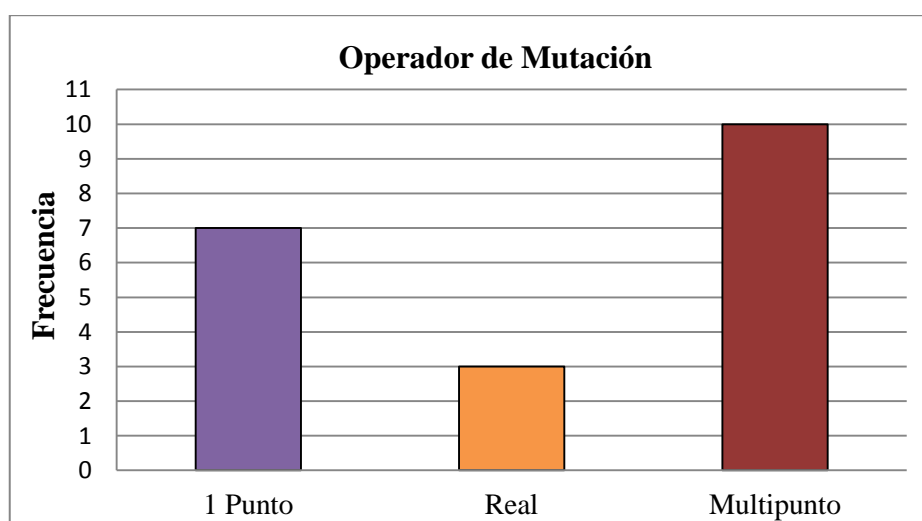


Figura 30. Operadores de mutación más empleados por las mejores configuraciones

## PRUEBA DE HIPÓTESIS

El análisis de los resultados se realizó a través de una prueba de hipótesis para cada variable estudiada usando la función t.test de R, la cual define si existe diferencia entre las medias muestrales de dos grupos de datos, asumiendo por defecto un nivel de significancia del 5%. Para este caso se tomó como muestra las 5 mejores configuraciones encontradas y se evaluaron empleando las siguientes hipótesis:

**Hipótesis nula (H<sub>0</sub>):** No existe diferencia entre las medias (diferencia = 0)

**Hipótesis alternativa (H<sub>a</sub>):** Existe diferencia entre las medias (diferencia ≠ 0)

El criterio de decisión elegido para aceptar o rechazar H<sub>0</sub> fue el valor de P, de esta manera, cuando este valor es menor que el nivel de significancia (P<5%) se rechaza la hipótesis nula. A continuación se muestra el valor de P para las 10 combinaciones resultantes de las configuraciones por variable y su respectivo resultado para la prueba de hipótesis:

	Rendimiento	p-value	H <sub>0</sub>
1	(AGC14,AGC16)	0.833742118	Acepta
2	(AGC14,AGC18)	0.338465232	Acepta
3	(AGC14,AGC20)	0.939549494	Acepta
4	(AGC14,AGC22)	0.913929196	Acepta
5	(AGC16,AGC18)	0.428642514	Acepta
6	(AGC16,AGC20)	0.780729206	Acepta
7	(AGC16,AGC22)	0.937527842	Acepta
8	(AGC18,AGC20)	0.323962757	Acepta
9	(AGC18,AGC22)	0.448142253	Acepta
10	(AGC20,AGC22)	0.861956641	Acepta

	Riesgo	p-value	H <sub>0</sub>
1	(AGS29,AGS31)	0.021520136	Rechaza
2	(AGS29,AGS32)	0.106220572	Acepta
3	(AGS29,AGS43)	0.015944718	Rechaza
4	(AGS29,AGS44)	0.137371126	Acepta
5	(AGS31,AGS32)	0.424972421	Acepta
6	(AGS31,AGS43)	0.997437122	Acepta
7	(AGS31,AGS44)	0.420323884	Acepta
8	(AGS32,AGS43)	0.395220564	Acepta
9	(AGS32,AGS44)	0.955238817	Acepta
10	(AGS43,AGS44)	0.394084028	Acepta

	<b>F.O</b>	<b>p-value</b>	<b>H0</b>
<b>1</b>	(AGS29,AGS31)	0.222601837	Acepta
<b>2</b>	(AGS29,AGS32)	0.114796008	Acepta
<b>3</b>	(AGS29,AGS33)	0.058521543	Acepta
<b>4</b>	(AGS29,AGS43)	0.573794748	Acepta
<b>5</b>	(AGS31,AGS32)	0.706481649	Acepta
<b>6</b>	(AGS31,AGS33)	0.476672956	Acepta
<b>7</b>	(AGS31,AGS43)	0.503903139	Acepta
<b>8</b>	(AGS32,AGS33)	0.738392957	Acepta
<b>9</b>	(AGS32,AGS43)	0.299291939	Acepta
<b>10</b>	(AGS33,AGS43)	0.17193676	Acepta

	<b>Tiempo</b>	<b>p-value</b>	<b>H0</b>
<b>1</b>	(AGC14,AGC18)	1.57E-18	Rechaza
<b>2</b>	(AGC14,AGC19)	0.832876573	Acepta
<b>3</b>	(AGC14,AGC20)	0.969904376	Acepta
<b>4</b>	(AGC14,AGC23)	0.867465536	Acepta
<b>5</b>	(AGC18,AGC19)	1.23E-12	Rechaza
<b>6</b>	(AGC18,AGC20)	8.88E-22	Rechaza
<b>7</b>	(AGC18,AGC23)	4.37E-19	Rechaza
<b>8</b>	(AGC19,AGC20)	0.848094587	Acepta
<b>9</b>	(AGC19,AGC23)	0.725982069	Acepta
<b>10</b>	(AGC20,AGC23)	0.827228789	Acepta

Tabla 11. Resultados prueba de hipótesis para cada variable

Como se puede observar en la tabla, la mayoría de las parejas de configuraciones evaluadas arrojaron como resultado que se Acepta la hipótesis nula, es decir, que las medias de sus valores son iguales. En los casos particulares de las variables Rendimiento y F.O se puede observar que para todas las parejas formadas la diferencia de medias fue igual a cero, lo que representa que no existe una diferencia significativa entre los resultados arrojados por cada configuración y por ende estadísticamente no es posible garantizar que una configuración es mejor que otra para estas variables.

Por su parte, las variables Riesgo y Tiempo Computacional rechazaron la hipótesis nula en 2 y 4 casos, respectivamente. Esto quiere decir que existe una diferencia entre los resultados que arroja la configuración AGS29 con respecto a AGS31 y AGS43, para la variable Riesgo, y entre AGC18 con respecto a AGC14, AGC19, AGC20 y AGC23, para la variable Tiempo.

## **CAPÍTULO IX: ELABORACIÓN DE ARTICULO DE INVESTIGACIÓN**

Para responder a la Etapa 6 del diseño metodológico del presente trabajo, se realizó un artículo de investigación bajo los parámetros de presentación y formato establecidos por la revista Scientia et Technica de la Universidad Tecnológica de Pereira.

El articulo pretende exponer la idea investigativa contenida en este trabajo de grado, mostrando de forma consolidada y resumida las generalidades, los objetivos y los resultados obtenidos. En el siguiente enlace se relaciona el documento elaborado. [ANEXO4 Articulo](#)

## CONCLUSIONES

- En el estado del arte investigado, se encontraron aportes importantes sobre el modelo de optimización y las diferentes configuraciones utilizadas para resolverlo. Sin embargo, ninguno de los artículos consultados en esta etapa concentró sus esfuerzos en la comparación de diferentes configuraciones de un mismo algoritmo, lo que representa para el presente estudio un reto importante y un valor agregado en cuanto a su objeto de investigación. Es importante resaltar que en los artículos nacionales encontrados se hallaron diferentes metaheurísticas implementadas para la solución del problema en el mercado colombiano, no obstante el método de algoritmos genéticos no fue estudiado a profundidad al presentar una menor frecuencia de uso, con un solo resultado encontrado. Además, en estos artículos se usan las metaheurísticas para optimizar un portafolio cuyos activos fueron seleccionados mediante otras técnicas, es decir que no se involucra el proceso de selección de los activos en las metaheurísticas, como si se observó en algunos artículos internacionales.

Por otra parte, la mayoría de los artículos consultados buscan construir portafolios conformados exclusivamente por instrumentos del mercado de renta variable, lo que representa otra ventaja para el presente estudio el cual busca incorporar instrumentos de renta fija y otros mercados para satisfacer los criterios de un portafolio conservador diversificado.

- La poca liquidez que presenta el Mercado de Capitales Colombiano ocasiona que no exista continuidad en la información histórica de los activos, lo que implicó la necesidad de llevar a cabo un tratamiento adicional de los datos para que fuese posible adaptarlos al modelo de covarianzas seleccionado. De esta manera, a diferencia del dinamismo de las bolsas de valores de otros países, las condiciones propias del mercado en Colombia dificultan el estudio del problema de selección de portafolios y representan un reto para su abordaje.

- Del análisis de los resultados obtenidos se pudo determinar, de manera general, que el algoritmo genético simple presenta un mejor desempeño en la minimización del riesgo y la función objetivo establecida, mientras que el algoritmo modificado de Chu-beasley logró tiempos computacionales más eficientes además de obtener mayores rendimientos para los portafolios.

Sin embargo, para las características del perfil de inversión consideradas en el presente trabajo, se puede concluir que el algoritmo genético simple presenta el método de actualización de la población más adecuado para encontrar soluciones al problema de estudio. Además, por la frecuencia de uso de los operadores en los mejores resultados, se puede afirmar que la mejor configuración fue AGS32 formada por el operador de selección por ruleta, cruzamiento uniforme y mutación multipunto. No obstante, los resultados obtenidos por el AGS33 presentan el mejor valor promedio para la función objetivo, puesto que posee el menor nivel de incumplimiento de las restricciones.

- Si bien, al observar los resultados promedio obtenidos para cada variable existen, aparentemente, unas configuraciones con mejor desempeño que otras; al realizar la prueba de hipótesis se pudo determinar que las configuraciones evaluadas no presentan una diferencia estadística significativa en sus resultados para las variables rendimiento y función objetivo, es decir, que sus resultados tienen a comportarse de manera similar. En cuanto a la variable Riesgo, se encontró diferencias entre las medias de las configuraciones AGS29 con respecto a AGS31 y AGS43, sin embargo este resultado no es suficiente para afirmar cuál de estas es la mejor, pues si bien existe diferencia estadística entre ellas, no la hay con respecto a las dos configuraciones restantes AGS32 y AGS44. Finalmente, para el tiempo computacional se encontró diferencia entre los resultados de AGC18 con las demás configuraciones (AGC14, AGC19, AGC20 y AGC23), lo cual permite concluir que la mejor configuración para minimizar el tiempo computacional es AGC18, con un tiempo de procesamiento promedio de 0,1673 segundos y una estructura de operación compuesta por un operador de selección por ruleta, cruzamiento multipunto y mutación real.

## **TRABAJOS FUTUROS**

Resulta pertinente ampliar el experimento de manera que sea posible considerar la variación de los parámetros como la tasa de cruzamiento, tasa de mutación, número de iteraciones, número de repeticiones, tamaño de la población inicial, entre otros. Ya que estos valores influyen en los resultados que de los algoritmos se obtengan.

En la literatura consultada para el trabajo, se encontró que el método de Nelson & Siegel presenta un buen ajuste para el comportamiento de las tasas y precios históricos de los activos, por lo que se propone ser empleado en un trabajo futuro para comparar su efectividad frente al uso de métodos estadísticos tradicionales.

Abordar el problema con modelos alternativos que no utilicen la covarianza como medida de riesgo, con el fin de evitar las dificultades generadas por la iliquidez del mercado colombiano.



## GLOSARIO

- **Agente Superavitario:** Más conocidos como inversionistas, son entidades que tiene excedentes de liquidez y que están dispuestas a postergar su consumo presente a cambio de un beneficio futuro (Rendimiento). (Unidades superavitarias-CMF Educa, n.d)
- **Agente Deficitario:** También conocidos como emisores, son las entidades que necesitan fondos y que para financiar sus proyectos, emiten valores (bonos – acciones) que ofrecen en el mercado. (Unidades deficitarias-CMF Educa, n.d)
- **Análisis Fundamental:** Es el estudio de toda información disponible en el mercado sobre una determinada compañía, con la finalidad de obtener su verdadero valor, y así formular una recomendación de inversión. (Hernández Blázquez, 2000, pg.137)
- **Análisis Técnico:** Es un método de análisis que se basa en observar la evolución, a lo largo del tiempo, de los movimientos que realizan las cotizaciones, mediante la utilización de gráficos o charts. (Expansión, n.d.)
- **Configuración:** Disposición de las partes que componen un algoritmo genético (operadores de selección, combinación y mutación) y le dan su forma y sus propiedades.
- **Incertidumbre:** Duda o desconocimiento del resultado futuro de una acción o decisión, a la cual no es posible asignarle una medida o probabilidad de ocurrencia.
- **Incumbente:** Mejor solución encontrada hasta el momento por un método metaheurístico, para un determinado problema.
- **Liquidez:** Calidad de un activo que permite ser convertido prontamente en efectivo sin que se pierda su valor. (Citibank, n.d.)

- **Rentabilidad:** Es la ganancia en dinero, bienes o servicio que se obtiene por una inversión. (Citibank, n.d.)
- **Título Valor:** Documento negociable que acredita unos derechos a su tenedor y unas obligaciones al emisor del mismo. Incorpora derechos de crédito (bonos), de participación (acciones) y de tradición o representativos de mercancías (facturas), entre otros. (ULTRASERFINCO, n.d.)
- **Volumen:** corresponde al valor total en dinero que transó la acción en el último año. (AMV, 2015)

## BIBLIOGRAFÍA

Alonso, J. & Berggrun, L. (2008). Introducción al análisis de riesgo financiero (1ra ed., p. 49). Cali: Universidad Icesi.

Álvarez Romero, Y. P., & Barrientos, L. (2013). Selección de carteras: una mirada a las metodologías estudiadas y aplicadas en Colombia. Contaduría Universidad de Antioquia, 63, 69–84.

AMV. (2012). ABC del Inversionista (2da ed.). Tomado de: <http://www.amvcolombia.org.co/attachments/data/20120522175501.pdf>

AMV. (2015). Glosario del Inversionista (3ra ed.). Tomado de: <http://www.gestionfiduciaria.com.co/documentos/GLOSARIO-DEL-INVERSIONISTA.pdf>

Anagnostopoulos, K. P., & Mamanis, G. (2011). The mean-variance cardinality constrained portfolio optimization problem: An experimental evaluation of five multiobjective evolutionary algorithms. Expert Systems with Applications, 38(11), 14208–14217.

ANDI. (n.d). Regulación y Supervisión del Mercado de Valores. Tomado de: <http://www.andi.com.co/es/GAI/GuiInv/SisFin/MerVal/Paginas/RegVal.aspx>

Brealey, R., Allen, F., & Myers, S. (2010). Principios de finanzas corporativas (9th ed.).

Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. (2016). Principios de Inversiones (5ta ed., p. 126). Madrid: Mc Graw Hill

Caballero Argáez, C. (2002). Una institución del siglo XX. La bolsa de Bogotá. Credencial historia, (150).

Chang, T.-J., Yang, S.-C., & Chang, K.-J. (2009). Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36(7), 10529–10537.

Citibank (n.d.). Citi Colombia - Educación financiera. Tomado de: [https://www.citibank.com.co/educacionfinanciera/glosario\\_rapido.htm](https://www.citibank.com.co/educacionfinanciera/glosario_rapido.htm)

Correa, R., Hernan, J., Trejos, C., Arturo, E., Varela, M., Daniel, P.,... Trejos, C. (2007). Negociación de portafolios de acciones usando un híbrido de las metaheurísticas, heurística búsqueda dispersa, recocido simulado y búsqueda Tabú. *Investigación y Reflexión, Universidad Militar Nueva Granada*, XV.

Cruz, E., Restrepo, H., & Morales, A. (2005). Negociación de Portafolios de acciones usando la meta-heurística Scatter Search. *Ternura, Universidad Distrital Francisco José de Caldas*, 19, 93–107.

Cruz, E., Restrepo, J., & Moreno, A. (2006). Negociación de portafolios de acciones usando la metaheurística recocido simulado. *Scientia et Technica*, 1(30), 301–306.

De Lara Haro, A. (2007). *Medición y control de riesgos financieros* (3ra ed.). México D.F: Limusa.

Dréo, J., Pérowski, A., & Taillard, E. (2006). *Metaheuristics for Hard Optimization*. Vasa.

El hachloufi, M., Guennoun, Z., & Hamza, F. (2012). Stocks Portfolio Optimization Using Classification and Genetic Algorithms. *Applied Mathematical Sciences*, 6(94), 4673–4683.

Escolano, F., Cazorla, M., Alfonso, M., Pardo, O. & Lozano, M. (2003). *Inteligencia Artificial: Modelos, Técnicas y Áreas de Aplicación*. Madrid, España: Paraninfo.

Expansión. Análisis Técnico. Tomado de <http://www.expansion.com/diccionario-economico/analisis-tecnico.html>

Feria Domínguez, J. M., & Oliver Alfonso, M. D. (2004). Valor en riesgo relativo (VeR): más allá de la teoría de carteras. *Revista Eletrônica de Ciência Administrativa (RECADM)*, 3.

Flórez Ríos, L. S. (2008). Evolución de la Teoría Financiera en el Siglo XX. *Ecos de Economía*, (27), 145–168.

Fu, T. C., Chung, C. P., & Chung, F. L. (2013). Adopting genetic algorithms for technical analysis and portfolio management. *Computers and Mathematics with Applications*, 66(10), 1743–1757.

Goldberg, D. E., & Deb, K. (1991). A Comparative Analysis of Selection Schemes Used in Genetic Algorithms. *Foundations of Genetic Algorithms*, 1, 69–93.

Granada Echeverri, M. (2013). Algoritmos evolutivos y técnicas bioinspiradas – de la teoría a la práctica -.

Gupta, P., Mehlawat, M. K., & Mittal, G. (2012). Asset portfolio optimization using support vector machines and real-coded genetic algorithm. *Journal of Global Optimization*, 53(2), 297–315.

Hernández Blázquez, B. (2000). *Bolsa y estadística bursátil* (1ra ed., p. 137). Madrid: Ediciones Díaz de Santos.

Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2010). Introducción a la Investigación de operaciones. *Journal of Chemical Information and Modeling* (Vol. 53).

Holland, J. H. (1992). Genetic Algorithms - Computer programs that “evolve” in ways that resemble natural selection can solve complex problems even their creators do not fully understand. *Scientific American*, 66–72.

Jaureguizar Francés, M. (2009). Un análisis de las medidas estándar del Valor en Riesgo (VaR) (pp. 0–40).

Lin, C. C., & Liu, Y. T. (2008). Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots. *European Journal of Operational Research*, 185(1), 393–404.

Lin, C.-M., & Gen, M. (2007). An Effective Decision-Based Genetic Algorithm Approach to Multiobjective Portfolio Optimization Problem. *Applied Mathematical Sciences*, 1(5), 201–210.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.

Medina, L. Á. (2003). Aplicación de la teoría del portafolio en el mercado accionario colombiano. *Cuadernos de Economía*, 22(39), 129–168.

Michaud, R. O. (1989). The Markowitz Optimization Enigma: Is ‘Optimized’ Optimal? *Financial Analysts Journal*, 45(1), 31–42.

Moral-Escudero, R; Ruiz-Torrubiano, R. & Suarez, A. (2006). Selection of optimal investment portfolios with cardinality constraints., 2006. *Cec 2006*. ..., 2382–2388.

Osman, I.H. & Kelly, J.P. (1996). *Metaheuristics: Theory and Applications*, Boston.

Rankovic, V., Drenovak, M., Stojanovic, B., Kalinic, Z., & Arsovski, Z. (2014). The mean-Value at Risk static portfolio optimization using genetic algorithm. *Computer Science and Information Systems*, 11(1), 89–109.

Real Academia Española (2012). *Diccionario de la lengua española*. Tomado de <http://lema.rae.es/drae/?val=heuristico>.

Robledo Escobar, J. P., & García Gómez, C. (2008). Portafolio de inversión a través de redes neuronales y algoritmo genético. Universidad Tecnológica de Pereira.

Ruiz F, H. A., Toro O, E. M., & Salazar I, H. (2007). Algoritmo Genético Modificado Chubasley Aplicado A La Identificación De Errores En La Estimación De Estado En Sistemas. *Scientia et Technica* Año XIII, (35), 25–30.

Sefiane, S., & Benbouziane, M. (2012). Portfolio Selection Using Genetic Algorithm. *Journal of Applied Finance & Banking*, 2(4), 143–154.

Soleimani, H., Golmakani, H. R., & Salimi, M. H. (2009). Markowitz-based portfolio selection with minimum transaction lots, cardinality constraints and regarding sector capitalization using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36(3 PART 1), 5058–5063.

ULTRASERFINCO. (n.d.). Glosario de términos financieros R - Y - ULTRASERFINCO. Tomado de: <https://www.ultraserfinco.com/site/Educaci%C3%B3nfinanciera/Glosariodet%C3%A9rminosfinancierosULTRASERFINCO/Glosariodet%C3%A9rminosfinancierosRY.aspx> USA Ed. Kluwer Academic.

Unidades deficitarias - CMF Educa. Superintendencia de Valores y Seguros. Gobierno de Chile. (n.d) Tomado de: <http://www.svs.cl/educa/600/w3-propertyvalue-1679.html>

Unidades superavitarias - CMF Educa. Superintendencia de Valores y Seguros. Gobierno de Chile. (n.d) Tomado de: <http://www.svs.cl/educa/600/w3-propertyvalue-1579.html>

Wang, W., Hu, J., & Dong, N. (2015). A Convex-Risk-Measure Based Model and Genetic Algorithm for Portfolio Selection, 2015(I).

Yang, X. (2006). Improving portfolio efficiency: A Genetic Algorithm approach. *Computational Economics*, 28(1), 1–14.

Yu, L., Wang, S., & Lai, K. K. (2009). Multi-Attribute Portfolio Selection with Genetic Optimization Algorithms. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 47(1), 23–30.

Zhang, W., Chen, W., & Wang, Y. (2006). The Adaptive Genetic Algorithms for Portfolio Selection Problem, 6(1), 196–200.